Vollständige Induktion

Stufe 3: Startwert bei Ungleichungen

Name: _____ Datum: _____

Ab welcher natürlichen Zahl n0 gilt die Ungleichung für alle n >= n0? Probiere kleine n aus – der Induktionsbeweis beginnt dann bei n0.

1) Ab welchem n_0 gilt $n! > 2^n$ für alle $n \geq n_0$? _____

2) Ab welchem n_0 gilt $2^n > 5n$ für alle $n \geq n_0$? _____

3) Ab welchem n_0 gilt $n^2 > 4n + 5$ für alle $n \geq n_0$? _____

4) Ab welchem n_0 gilt $2^n > 10n$ für alle $n \geq n_0$? _____

5) Ab welchem n_0 gilt $n! > n^2$ für alle $n \geq n_0$? _____

6) Ab welchem n_0 gilt $2^n > n + 10$ für alle $n \geq n_0$? _____

7) Ab welchem n_0 gilt $3^n > 5n^2$ für alle $n \geq n_0$? _____

8) Ab welchem n_0 gilt $2^n > n^3$ für alle $n \geq n_0$? _____

9) Ab welchem n_0 gilt $2^n > n^2$ für alle $n \geq n_0$? _____

10) Ab welchem n_0 gilt $3^n > n^3$ für alle $n \geq n_0$? _____

Lösungen: Vollständige Induktion

Stufe 3: Startwert bei Ungleichungen

1) $n_0 = 4$ ($n = 3$: $6 > 8$ falsch; $n = 4$: $24 > 16$)

2) $n_0 = 5$ ($n = 4$: $16 > 20$ falsch; $n = 5$: $32 > 25$)

3) $n_0 = 6$ ($n = 5$: $25 > 25$ falsch; $n = 6$: $36 > 29$)

4) $n_0 = 6$ ($n = 5$: $32 > 50$ falsch; $n = 6$: $64 > 60$)

5) $n_0 = 4$ ($n = 3$: $6 > 9$ falsch; $n = 4$: $24 > 16$)

6) $n_0 = 4$ ($n = 3$: $8 > 13$ falsch; $n = 4$: $16 > 14$)

7) $n_0 = 4$ ($n = 3$: $27 > 45$ falsch; $n = 4$: $81 > 80$)

8) $n_0 = 10$ ($n = 9$: $512 > 729$ falsch; $n = 10$: $1024 > 1000$)

9) $n_0 = 5$ ($n = 4$: $16 > 16$ falsch; $n = 5$: $32 > 25$)

10) $n_0 = 4$ ($n = 3$: $27 > 27$ falsch; $n = 4$: $81 > 64$)