Fixpunktiteration

Stufe 3: Konvergenz untersuchen

Name: _____ Datum: _____

Ableitung im Fixpunkt: anziehend bei |phi´(x*)| < 1, abstoßend bei |phi´(x*)| > 1.

1) $\varphi(x) = \frac{x^2+3}{4}$: Fixpunkte $x_1^* < x_2^*$ und $\varphi'(x_1^*)$; $\varphi'(x_2^*)$? _____

2) $\varphi(x) = 1{,}2 \cdot x\,(1-x)$: $\varphi'(x^*)$ im Fixpunkt $x^* \neq 0$? _____

3) $x^2 - x - 1 = 0$: $x = x^2 - 1$ oder $x = 1 + \frac{1}{x}$? Welche Form konvergiert (erste/zweite)? _____

4) $\cos(x) - x = 0$: $x = \cos(x)$ oder $x = 2x - \cos(x)$? Welche Form konvergiert (erste/zweite)? _____

5) $\varphi(x) = \frac{x^2+5}{6}$: Fixpunkte $x_1^* < x_2^*$ und $\varphi'(x_1^*)$; $\varphi'(x_2^*)$? _____

6) $\varphi(x) = \frac{x^2+6}{7}$: Fixpunkte $x_1^* < x_2^*$ und $\varphi'(x_1^*)$; $\varphi'(x_2^*)$? _____

7) $\varphi(x) = 2{,}5 \cdot x\,(1-x)$: $\varphi'(x^*)$ im Fixpunkt $x^* \neq 0$? _____

8) $\varphi(x) = \frac{x^2+6}{5}$: Fixpunkte $x_1^* < x_2^*$ und $\varphi'(x_1^*)$; $\varphi'(x_2^*)$? _____

Lösungen: Fixpunktiteration

Stufe 3: Konvergenz untersuchen

1) $x^2 - 4x + 3 = 0:\ x_1 = 1,\ x_2 = 3;\ \varphi'(x) = \frac{2x}{4}:\ \frac{1}{2}$ (anziehend), $\frac{3}{2}$ (abstoßend)

2) $x_\cdot = 1 - \frac{1}{1{,}2} = \frac{1}{6},\ \varphi'(x) = 1{,}2(1 - 2x),\ \varphi'(x_\cdot) = 0{,}8$ (anziehend)

3) $x_\cdot \approx 1{,}618:\ |\varphi_1'(x_\cdot)| \approx 3{,}24,\ |\varphi_2'(x_\cdot)| \approx 0{,}38\ \Rightarrow$ zweite Form

4) $x_\cdot \approx 0{,}7391:\ |\varphi_1'(x_\cdot)| \approx 0{,}67,\ |\varphi_2'(x_\cdot)| \approx 2{,}67\ \Rightarrow$ erste Form

5) $x^2 - 6x + 5 = 0:\ x_1 = 1,\ x_2 = 5;\ \varphi'(x) = \frac{2x}{6}:\ \frac{1}{3}$ (anziehend), $\frac{5}{3}$ (abstoßend)

6) $x^2 - 7x + 6 = 0:\ x_1 = 1,\ x_2 = 6;\ \varphi'(x) = \frac{2x}{7}:\ \frac{2}{7}$ (anziehend), $\frac{12}{7}$ (abstoßend)

7) $x_\cdot = 1 - \frac{1}{2{,}5} = 0{,}6,\ \varphi'(x) = 2{,}5(1 - 2x),\ \varphi'(x_\cdot) = -0{,}5$ (anziehend)

8) $x^2 - 5x + 6 = 0:\ x_1 = 2,\ x_2 = 3;\ \varphi'(x) = \frac{2x}{5}:\ \frac{4}{5}$ (anziehend), $\frac{6}{5}$ (abstoßend)