Gleichungen mit Substitution lösen

Stufe 3: ln, 2x, Klammern und Brüche

Name: _____ Datum: _____

Weitere Ersetzungen: ln x, 2x, ganze Klammern, 1 : x².

1) $\frac{1}{x^4} - \frac{17}{x^2} + 16 = 0$ _____

2) $4^x - 13 \cdot 2^x + 40 = 0$ _____

3) $4^x - 6 \cdot 2^x - 16 = 0$ _____

4) $4^x - 8 \cdot 2^x + 15 = 0$ _____

5) $(x^2 - 4x)^2 - 53(x^2 - 4x) + 672 = 0$ _____

6) $\frac{1}{x^4} - \frac{10}{x^2} + 9 = 0$ _____

7) $(x^2 + 4x)^2 - (x^2 + 4x) - 20 = 0$ _____

8) $4^x - 2 \cdot 2^x - 3 = 0$ _____

9) $4^x - 7 \cdot 2^x + 12 = 0$ _____

10) $\frac{1}{x^4} - \frac{20}{x^2} + 64 = 0$ _____

11) $\frac{1}{x^4} - \frac{13}{x^2} + 36 = 0$ _____

12) $(x^2 - 2x)^2 - 32(x^2 - 2x) + 192 = 0$ _____

13) $(\ln x)^2 - 2\ln x - 3 = 0$ _____

14) $(\ln x)^2 + \ln x = 0$ _____

15) $4^x - 3 \cdot 2^x - 4 = 0$ _____

Lösungen: Gleichungen mit Substitution lösen

Stufe 3: ln, 2x, Klammern und Brüche

1) $z = \frac{1}{x^2}$: $z^2 - 17z + 16 = 0$, $x^2 = \frac{1}{1}$ oder $\frac{1}{16}$ $\Rightarrow$ $L = \{-1;\ -\frac{1}{4};\ \frac{1}{4};\ 1\}$

2) $z = 2^x$ $(4^x = z^2)$: $z^2 - 13z + 40 = 0$ $\Rightarrow$ $L = \{\frac{\ln(5)}{\ln(2)};\ 3\}$

3) $z = 2^x$ $(4^x = z^2)$: $z^2 - 6z - 16 = 0$, $2^x = -2$ unmöglich $\Rightarrow$ $L = \{3\}$

4) $z = 2^x$ $(4^x = z^2)$: $z^2 - 8z + 15 = 0$ $\Rightarrow$ $L = \{\frac{\ln(3)}{\ln(2)};\ \frac{\ln(5)}{\ln(2)}\}$

5) $z = x^2 - 4x$: $z^2 - 53z + 672 = 0$, $x^2 - 4x = 21$ oder $x^2 - 4x = 32$ $\Rightarrow$ $L = \{-4;\ -3;\ 7;\ 8\}$

6) $z = \frac{1}{x^2}$: $z^2 - 10z + 9 = 0$, $x^2 = \frac{1}{1}$ oder $\frac{1}{9}$ $\Rightarrow$ $L = \{-1;\ -\frac{1}{3};\ \frac{1}{3};\ 1\}$

7) $z = x^2 + 4x$: $z^2 - z - 20 = 0$, $x^2 + 4x = -4$ oder $x^2 + 4x = 5$ $\Rightarrow$ $L = \{-5;\ -2;\ 1\}$

8) $z = 2^x$ $(4^x = z^2)$: $z^2 - 2z - 3 = 0$, $2^x = -1$ unmöglich $\Rightarrow$ $L = \{\frac{\ln(3)}{\ln(2)}\}$

9) $z = 2^x$ $(4^x = z^2)$: $z^2 - 7z + 12 = 0$ $\Rightarrow$ $L = \{\frac{\ln(3)}{\ln(2)};\ 2\}$

10) $z = \frac{1}{x^2}$: $z^2 - 20z + 64 = 0$, $x^2 = \frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{16}$ $\Rightarrow$ $L = \{-\frac{1}{2};\ -\frac{1}{4};\ \frac{1}{4};\ \frac{1}{2}\}$

11) $z = \frac{1}{x^2}$: $z^2 - 13z + 36 = 0$, $x^2 = \frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{9}$ $\Rightarrow$ $L = \{-\frac{1}{2};\ -\frac{1}{3};\ \frac{1}{3};\ \frac{1}{2}\}$

12) $z = x^2 - 2x$: $z^2 - 32z + 192 = 0$, $x^2 - 2x = 8$ oder $x^2 - 2x = 24$ $\Rightarrow$ $L = \{-4;\ -2;\ 4;\ 6\}$

13) $z = \ln x$: $z^2 - 2z - 3 = 0$, $\ln x = -1$ oder 3 $\Rightarrow$ $L = \{e^{-1};\ e^3\}$

14) $z = \ln x$: $z^2 + z = 0$, $\ln x = -1$ oder 0 $\Rightarrow$ $L = \{e^{-1};\ 1\}$

15) $z = 2^x$ $(4^x = z^2)$: $z^2 - 3z - 4 = 0$, $2^x = -1$ unmöglich $\Rightarrow$ $L = \{2\}$