Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -x^4 - 2\sqrt{x}$ _____

2) $f(x) = x^4 + \frac{2}{x}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_2^4 (-2x)\,dx =$ _____

2) $\int_0^2 (-6x^2)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(-1\,|\,-1)$, $P_2(0\,|\,1)$, $P_3(2\,|\,-7)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq -0{,}46)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(3 \mid 4 \mid 5) \cdot (-3 \mid 0 \mid 2) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Ein Federball wird geschlagen. Seine Flugbahn beschreibt $h(x) = -0{,}05x^2 + 0{,}3x + 1{,}5$. Dabei ist x die waagerechte Entfernung vom Abschlagpunkt und h(x) die Höhe über dem Boden (beides in Metern). Das Netz ist 1,55 m hoch und steht bei x = 4. Tipp: Der Auftreffwinkel ist der Winkel zwischen Flugbahn und Boden. Du bekommst ihn über die Steigung: tan(alpha) = |h´(x)|.

1) Höchster Punkt der Flugbahn (x und Höhe) (3 P.) _____

2) Wie hoch fliegt der Ball über das Netz hinweg? (in m, 2 Stellen) (2 P.) _____

3) In welcher Entfernung trifft der Ball auf den Boden? (2 Stellen) (3 P.) _____

4) Unter welchem Winkel trifft der Ball auf? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Eine Krankheit haben 5 % der Menschen. Ein Schnelltest zeigt bei Kranken mit 99 % Wahrscheinlichkeit „positiv“. Bei Gesunden zeigt er mit 97 % Wahrscheinlichkeit richtig „negativ“. Eine zufällig ausgewählte Person wird getestet. Tipp: Zeichne ein Baumdiagramm (erst krank/gesund, dann positiv/negativ) und rechne mit Dezimalzahlen.

1) Berechne *P*(positiv) (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

2) Der Test ist positiv. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person krank? (3 Stellen) (4 P.) _____

3) Der Test ist negativ. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person gesund? (4 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein Zelt hat die Form einer Pyramide mit quadratischem Boden ABCD und Spitze S: A(0|0|0), B(4|0|0), C(4|4|0), D(0|4|0) und S(2|2|4). Eine Längeneinheit ist 1 m. Tipp: Eine Kante ist ein Vektor – ihre Länge ist sein Betrag.

1) Wie lang ist die Kante $\overline{AS}$? (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

2) Wie groß ist das Volumen des Zelts? (2 P.) _____

3) Neigungswinkel der Kante *AS* gegen den Boden (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

4) Mittelpunkt *M* der Kante *BS* (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -4x^3 - \frac{1}{\sqrt{x}}$

2) $f'(x) = 4x^3 - \frac{2}{x^2}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_2^4 (-2x)dx = -12$

2) $\int_0^2 (-6x^2)dx = -16$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = -2x^2 + 1$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \geq -0{,}46) = 1 - \Phi(-0{,}46) \approx 0{,}6772$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(3 \mid 4 \mid 5) \cdot (-3 \mid 0 \mid 2) = 1$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $h'(x) = -0{,}1x + 0{,}3 = 0 \Rightarrow x = 3, \quad h(3) = 1{,}95 \Rightarrow (3 \mid 1{,}95)$

2) $h(4) - 1{,}55 = 1{,}9 - 1{,}55 = 0{,}35$

3) $h(x) = 0 \Rightarrow x \approx 9{,}24\,\text{m}$ (die negative Lösung passt nicht)

4) $\tan\alpha = |h'(9{,}24)| \approx 0{,}624 \Rightarrow \alpha \approx 31{,}98^\circ$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $0{,}05 \cdot 0{,}99 + 0{,}95 \cdot 0{,}03 \approx 0{,}078$

2) $P_{\text{pos}}(\text{krank}) = \frac{0{,}05 \cdot 0{,}99}{0{,}078} \approx 0{,}635$

3) $P_{\text{neg}}(\text{gesund}) = \frac{0{,}95 \cdot 0{,}97}{0{,}922} \approx 0{,}9995$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\overrightarrow{AS}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 4^2} = \sqrt{24} \approx 4{,}9\,\text{m}$

2) $V = \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 4 = 21{,}33\,\text{m}^3$

3) $\sin\alpha = \frac{4}{\sqrt{24}} \Rightarrow \alpha \approx 54{,}74^\circ$

4) $M\left(\frac{4+2}{2} \mid \frac{0+2}{2} \mid \frac{0+4}{2}\right) = M(3 \mid 1 \mid 2)$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0