Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \frac{4}{3}x^3 + 6\sqrt{x}$ _____

2) $f(x) = \frac{5}{2}x^4 - \frac{6}{x}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^1 (-4x - 3)\,dx =$ _____

2) $\int_2^5 (4x^2)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $T(-2\,|\,2)$, $P(-4\,|\,6)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq -1{,}37)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(5 \mid -1 \mid -5) \cdot (-3 \mid 3 \mid -1) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

In ein leeres Becken läuft Wasser. Die Zuflussrate in Litern pro Minute beträgt $r(t) = 2 \cdot t \cdot (10 - t)$ für $0 <= t <= 10$ (t in Minuten). Danach wird der Zufluss geschlossen. Tipp: Die Zuflussrate sagt, wie schnell Wasser kommt. Wie viel Wasser insgesamt gekommen ist, liefert das Integral.

1) Wie groß ist die Zuflussrate nach 4 Minuten? (2 P.) _____

2) Zu welchem Zeitpunkt fließt am meisten Wasser zu? (3 P.) _____

3) Wie groß ist die größte Zuflussrate? (2 P.) _____

4) Wie viele Liter sind nach 10 Minuten im Becken? (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

In einer Stadt fahren 40 % der Berufstätigen mit dem Rad zur Arbeit (Ereignis R). Von den Radfahrern nutzen 25 % ein E-Bike (Ereignis E). Von denen, die nicht mit dem Rad fahren, besitzen trotzdem 15 % ein E-Bike. Eine berufstätige Person wird zufällig ausgewählt. Tipp: Trage alles in eine Vierfeldertafel ein. Die Zeilen- und Spaltensummen helfen bei P(E).

1) $P(R \cap E)$ (2 P.) _____

2) $P(E)$ (2 P.) _____

3) Die Person hat ein E-Bike. Mit welcher Wahrscheinlichkeit fährt sie mit dem Rad zur Arbeit? (3 Stellen) (3 P.) _____

4) $P(\overline{R} \cap \overline{E})$ (1 P.) _____

5) Sind R und E stochastisch unabhängig? (ja/nein) (2 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|1) + t · (12|4|3), die von Flugzeug F2 ist (46|-6|8) + t · (-8|3|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

1) Geschwindigkeit von F_1 in km/h (2 P.) _____

2) Steigungswinkel von F_1 gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Wo ist F_1 nach 5 Minuten? (2 P.) _____

4) Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

5) Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = 4x^2 + \frac{3}{\sqrt{x}}$

2) $f'(x) = 10x^3 + \frac{6}{x^2}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_0^1 (-4x - 3)dx = -5$

2) $\int_2^5 (4x^2)dx = 156$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = x^2 + 4x + 6$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \geq -1{,}37) = 1 - \Phi(-1{,}37) \approx 0{,}9147$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(5 \mid -1 \mid -5) \cdot (-3 \mid 3 \mid -1) = -13$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $r(4) = 48 \frac{\text{l}}{\text{min}}$

2) $r'(t) = 2 \cdot (10 - 2t) = 0 \Rightarrow t = 5\,\text{min}$

3) $r(5) = 50 \frac{\text{l}}{\text{min}}$

4) $\int_0^{10} r(t)\,dt = 2 \cdot \left[10\frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{3}\right]_0^{10} = 333{,}33\,\text{l}$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $0{,}4 \cdot 0{,}25 = 0{,}1$

2) $0{,}1 + 0{,}6 \cdot 0{,}15 = 0{,}19$

3) $P_E(R) = \frac{P(R \cap E)}{P(E)} = \frac{0{,}1}{0{,}19} \approx 0{,}526$

4) $0{,}6 \cdot 0{,}85 = 0{,}51$

5) $P(R) \cdot P(E) = 0{,}4 \cdot 0{,}19 = 0{,}076 \neq 0{,}1 = P(R \cap E) \Rightarrow$ nein

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\vec{u}| = \sqrt{144 + 16 + 9} = 13\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \Rightarrow 780\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

2) $\sin\alpha = \frac{3}{13} \Rightarrow \alpha \approx 13{,}34^\circ$

3) $(0|0|1) + 5 \cdot (12|4|3) = (60|20|16)$

4) $d(t)^2 = |(-46|6| - 7) + t \cdot (20|1|3)|^2$ minimal $\Rightarrow t = 2{,}28\,\text{min}$

5) $d(2{,}28) \approx 8{,}29\,\text{km}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0