Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -\sqrt{x} - \frac{5}{4}x^3$ _____

2) $f(x) = -\frac{1}{3}x^4 - \frac{2}{x^2}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_1^2 (5x + 1)dx =$ _____

2) $\int_1^3 (-4x)dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(-2\,|\,-4)$, $P_2(-1\,|\,-5)$, $P_3(3\,|\,-29)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \le -1{,}53)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(3 \mid -4 \mid 0) \cdot (-5 \mid -4 \mid 6) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

In einem Speicher sind zu Beginn (t = 0) 100 m³ Wasser. Die Änderungsrate des Wasservolumens beträgt r(t) = 6 · (3 – t) in m³ pro Stunde (t in Stunden). Positive Werte bedeuten Zufluss, negative Abfluss. Tipp: Das Volumen ist der Anfangsbestand plus die Integralfunktion der Rate: V(t) = 100 + ?0t r(s) ds. Am meisten Wasser ist im Speicher, wenn die Rate von positiv zu negativ wechselt.

1) Gib das Volumen $V(t)$ als Term an. (3 P.) _____

2) Zu welchem Zeitpunkt ist am meisten Wasser im Speicher? (2 P.) _____

3) Wie viel Wasser ist dann im Speicher? (3 P.) _____

4) Wann ist wieder so viel Wasser im Speicher wie am Anfang? (2 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

In einer Stadt fahren 60 % der Berufstätigen mit dem Rad zur Arbeit (Ereignis R). Von den Radfahrern nutzen 25 % ein E-Bike (Ereignis E). Von denen, die nicht mit dem Rad fahren, besitzen trotzdem 10 % ein E-Bike. Eine berufstätige Person wird zufällig ausgewählt. Tipp: Trage alles in eine Vierfeldertafel ein. Die Zeilen- und Spaltensummen helfen bei P(E).

1) $P(R \cap E)$ (2 P.) _____

2) $P(E)$ (2 P.) _____

3) Die Person hat ein E-Bike. Mit welcher Wahrscheinlichkeit fährt sie mit dem Rad zur Arbeit? (3 Stellen) (3 P.) _____

4) $P(\overline{R} \cap \overline{E})$ (1 P.) _____

5) Sind R und E stochastisch unabhängig? (ja/nein) (2 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein Zelt hat die Form einer Pyramide mit quadratischem Boden ABCD und Spitze S: A(0|0|0), B(6|0|0), C(6|6|0), D(0|6|0) und S(3|3|3). Eine Längeneinheit ist 1 m. Tipp: Eine Kante ist ein Vektor – ihre Länge ist sein Betrag.

1) Wie lang ist die Kante $\overline{AS}$? (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

2) Wie groß ist das Volumen des Zelts? (2 P.) _____

3) Neigungswinkel der Kante *AS* gegen den Boden (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

4) Mittelpunkt *M* der Kante *BS* (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{15}{4}x^2$

2) $f'(x) = -\frac{4}{3}x^3 + \frac{4}{x^3}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_1^2 (5x + 1)dx = \frac{17}{2}$

2) $\int_1^3 (-4x)dx = -16$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = -x^2 - 4x - 8$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \leq -1{,}53) = \Phi(-1{,}53) \approx 0{,}063$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(3 \mid -4 \mid 0) \cdot (-5 \mid -4 \mid 6) = 1$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $V(t) = 100 + \int_0^t 6(3 - s)\,ds = 100 + 18t - 3t^2$

2) $r(t) = 0 \Rightarrow t = 3\,\text{h}$ (Vorzeichenwechsel von + nach –)

3) $V(3) = 100 + 54 - 27 = 127\,\text{m}^3$

4) $V(t) = 100 \Rightarrow 18t - 3t^2 = 0 \Rightarrow t = 6\,\text{h}$ ($t = 0$ ist der Anfang)

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $0{,}6 \cdot 0{,}25 = 0{,}15$

2) $0{,}15 + 0{,}4 \cdot 0{,}1 = 0{,}19$

3) $P_E(R) = \frac{P(R \cap E)}{P(E)} = \frac{0{,}15}{0{,}19} \approx 0{,}789$

4) $0{,}4 \cdot 0{,}9 = 0{,}36$

5) $P(R) \cdot P(E) = 0{,}6 \cdot 0{,}19 = 0{,}114 \neq 0{,}15 = P(R \cap E) \Rightarrow$ nein

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\overrightarrow{AS}| = \sqrt{3^2 + 3^2 + 3^2} = \sqrt{27} \approx 5{,}2\,\text{m}$

2) $V = \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 3 = 36\,\text{m}^3$

3) $\sin\alpha = \frac{3}{\sqrt{27}} \Rightarrow \alpha \approx 35{,}26^\circ$

4) $M\left(\frac{6+3}{2} \mid \frac{0+3}{2} \mid \frac{0+3}{2}\right) = M(4{,}5 \mid 1{,}5 \mid 1{,}5)$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0