Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -\sqrt{x} + \frac{1}{5}x^2$ _____

2) $f(x) = \frac{5}{x^3} - x^3$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_1^2 (-5x^2)\,dx =$ _____

2) $\int_0^2 (2x + 3)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(0\,|\,-2)$, $P_2(2\,|\,-2)$, $P_3(3\,|\,-8)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq -2{,}4)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) (–3 | 2 | 0) · (1 | –2 | 5) = _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Gegeben ist f(x) = (x + 2) · e^(–x). Es gilt f´(x) = (–x – 1) · e^(–x) und f´´(x) = x · e^(–x). Eine Stammfunktion ist F(x) = –(x + 3) · e^(–x). Tipp: e^(–x) ist nie 0 – eine Gleichung wie (…) · e^(–x) = 0 löst Du, indem Du nur die Klammer gleich 0 setzt.

1) Nullstelle von f (1 P.) _____

2) Hochpunkt (y-Wert auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

3) Wendepunkt (y-Wert auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

4) Fläche zwischen G und der x-Achse für $-2 \le x \le 0$ (2 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Eine Krankheit haben 5 % der Menschen. Ein Schnelltest zeigt bei Kranken mit 95 % Wahrscheinlichkeit „positiv“. Bei Gesunden zeigt er mit 90 % Wahrscheinlichkeit richtig „negativ“. Eine zufällig ausgewählte Person wird getestet. Tipp: Zeichne ein Baumdiagramm (erst krank/gesund, dann positiv/negativ) und rechne mit Dezimalzahlen.

1) Berechne *P*(positiv) (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

2) Der Test ist positiv. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person krank? (3 Stellen) (4 P.) _____

3) Der Test ist negativ. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person gesund? (4 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein Zelt hat die Form einer Pyramide mit quadratischem Boden ABCD und Spitze S: A(0|0|0), B(4|0|0), C(4|4|0), D(0|4|0) und S(2|2|4). Eine Längeneinheit ist 1 m. Tipp: Eine Kante ist ein Vektor – ihre Länge ist sein Betrag.

1) Wie lang ist die Kante $\overline{AS}$? (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

2) Wie groß ist das Volumen des Zelts? (2 P.) _____

3) Neigungswinkel der Kante *AS* gegen den Boden (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

4) Mittelpunkt *M* der Kante *BS* (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{2}{5}x$

2) $f'(x) = -\frac{15}{x^4} - 3x^2$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_1^2 (-5x^2)\,dx = -\frac{35}{3}$

2) $\int_0^2 (2x + 3)\,dx = 10$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = -2x^2 + 4x - 2$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \geq -2{,}4) = 1 - \Phi(-2{,}4) \approx 0{,}9918$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(-3 \mid 2 \mid 0) \cdot (1 \mid -2 \mid 5) = -7$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $(x + 2) \cdot e^{-x} = 0 \Rightarrow x = -2$

2) $f'(x) = 0 \Rightarrow x = -1, \quad f(-1) = e^1 \approx 2{,}72 \Rightarrow H(-1 \mid 2{,}72)$

3) $f''(x) = 0 \Rightarrow x = 0, \quad f(0) = 2e^0 \approx 2 \Rightarrow W(0 \mid 2)$

4) $A = \int_{-2}^{0} f(x)\,dx = F(0) - F(-2) = -3 + e^2 \approx 4{,}39$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $0{,}05 \cdot 0{,}95 + 0{,}95 \cdot 0{,}1 \approx 0{,}1425$

2) $P_{pos}(\text{krank}) = \frac{0{,}05 \cdot 0{,}95}{0{,}1425} \approx 0{,}333$

3) $P_{neg}(\text{gesund}) = \frac{0{,}95 \cdot 0{,}9}{0{,}8575} \approx 0{,}9971$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\overrightarrow{AS}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 4^2} = \sqrt{24} \approx 4{,}9\,\text{m}$

2) $V = \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 4 = 21{,}33\,\text{m}^3$

3) $\sin\alpha = \frac{4}{\sqrt{24}} \Rightarrow \alpha \approx 54{,}74^\circ$

4) $M\left(\frac{4+2}{2} \mid \frac{0+2}{2} \mid \frac{0+4}{2}\right) = M(3 \mid 1 \mid 2)$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0