Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \sqrt{x} - \frac{3}{2}x^3$ _____

2) $f(x) = -3\sqrt{x} + x^2$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_1^2 (-5x^2)\,dx =$ _____

2) $\int_2^5 (6x^2 - 3)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $T(-3\,|\,-5)$, $P(-1\,|\,3)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq 0{,}26)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(4 \mid -1 \mid 0) \cdot (-5 \mid 5 \mid 6) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 - 12x - 1$. Ihr Graph heißt G. Diese Aufgabe ist ohne Taschenrechner lösbar. Tipp: Extrempunkte: $f'(x) = 0$ lösen und mit f'' prüfen. Wendepunkt: $f''(x) = 0$. Die Wendetangente hat die Steigung $m = f'(x_W)$.

1) Schnittpunkt von G mit der y-Achse (1 P.) _____

2) Hoch- und Tiefpunkt von G (Schreibweise: H(…|…); T(…|…)) (4 P.) _____

3) Wendepunkt von G (2 P.) _____

4) Gleichung der Wendetangente (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

In einer Stadt fahren 50 % der Berufstätigen mit dem Rad zur Arbeit (Ereignis R). Von den Radfahrern nutzen 35 % ein E-Bike (Ereignis E). Von denen, die nicht mit dem Rad fahren, besitzen trotzdem 10 % ein E-Bike. Eine berufstätige Person wird zufällig ausgewählt. Tipp: Trage alles in eine Vierfeldertafel ein. Die Zeilen- und Spaltensummen helfen bei P(E).

1) $P(R \cap E)$ (2 P.) _____

2) $P(E)$ (2 P.) _____

3) Die Person hat ein E-Bike. Mit welcher Wahrscheinlichkeit fährt sie mit dem Rad zur Arbeit? (3 Stellen) (3 P.) _____

4) $P(\overline{R} \cap \overline{E})$ (1 P.) _____

5) Sind R und E stochastisch unabhängig? (ja/nein) (2 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|1) + t · (8|4|1), die von Flugzeug F2 ist (31|1|8) + t · (-7|6|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

1) Geschwindigkeit von F_1 in km/h (2 P.) _____

2) Steigungswinkel von F_1 gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Wo ist F_1 nach 5 Minuten? (2 P.) _____

4) Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

5) Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{9}{2}x^2$

2) $f'(x) = -\frac{3}{2\sqrt{x}} + 2x$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_1^2 (-5x^2)\,dx = -\frac{35}{3}$

2) $\int_2^5 (6x^2 - 3)\,dx = 225$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = 2x^2 + 12x + 13$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \geq 0{,}26) = 1 - \Phi(0{,}26) \approx 0{,}3974$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(4 \mid -1 \mid 0) \cdot (-5 \mid 5 \mid 6) = -25$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $f(0) = -1 \Rightarrow S_y(0 \mid -1)$

2) $f'(x) = 3x^2 - 12 = 3(x + 2)(x - 2) = 0, \quad f''(-2) < 0,\ f''(2) > 0 \Rightarrow H(-2 \mid 15),\ T(2 \mid -17)$

3) $f''(x) = 6x = 0 \Rightarrow W(0 \mid -1)$

4) $m = f'(0) = -12 \Rightarrow t(x) = -12x - 1$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $0{,}5 \cdot 0{,}35 = 0{,}175$

2) $0{,}175 + 0{,}5 \cdot 0{,}1 = 0{,}225$

3) $P_E(R) = \frac{P(R \cap E)}{P(E)} = \frac{0{,}175}{0{,}225} \approx 0{,}778$

4) $0{,}5 \cdot 0{,}9 = 0{,}45$

5) $P(R) \cdot P(E) = 0{,}5 \cdot 0{,}225 = 0{,}1125 \neq 0{,}175 = P(R \cap E) \Rightarrow$ nein

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\vec{u}| = \sqrt{64 + 16 + 1} = 9\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \Rightarrow 540\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

2) $\sin\alpha = \frac{1}{9} \Rightarrow \alpha \approx 6{,}38^\circ$

3) $(0|0|1) + 5 \cdot (8|4|1) = (40|20|6)$

4) $d(t)^2 = |(-31| - 1| - 7) + t \cdot (15| - 2|1)|^2$ minimal $\Rightarrow t = 2{,}04$ min

5) $d(2{,}04) \approx 7{,}11$ km

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0