Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 5\sqrt{x}$ _____

2) $f(x) = \frac{3}{5}x^2 - 5\sqrt{x}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_2^3 (x - 5)dx =$ _____

2) $\int_0^2 (-x + 3)dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(-1 \mid -11)$, $P_2(0 \mid -5)$, $P_3(3 \mid -11)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq -1{,}53)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(3 \mid -4 \mid 1) \cdot (5 \mid 1 \mid 1) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

In einer Nährlösung vermehren sich Bakterien. Die Anzahl der Bakterien nach t Stunden beschreibt N(t) = 200 · e^(0,2t). Tipp: Wenn die Unbekannte im Exponenten steht, hilft der natürliche Logarithmus ln – er macht e^(…) rückgängig. Die Ableitung N´(t) gibt an, wie viele Bakterien pro Stunde gerade dazukommen.

1) Wie viele Bakterien sind es nach 6 Stunden? (ganze Zahl) (2 P.) _____

2) Nach wie vielen Stunden hat sich die Anzahl verdoppelt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Wann sind es zehnmal so viele Bakterien wie am Anfang? (2 Stellen) (2 P.) _____

4) Wie schnell wächst die Kultur nach 6 Stunden? (Bakterien pro Stunde, ganze Zahl) (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Eine Krankheit haben 5 % der Menschen. Ein Schnelltest zeigt bei Kranken mit 95 % Wahrscheinlichkeit „positiv“. Bei Gesunden zeigt er mit 97 % Wahrscheinlichkeit richtig „negativ“. Eine zufällig ausgewählte Person wird getestet. Tipp: Zeichne ein Baumdiagramm (erst krank/gesund, dann positiv/negativ) und rechne mit Dezimalzahlen.

1) Berechne *P*(positiv) (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

2) Der Test ist positiv. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person krank? (3 Stellen) (4 P.) _____

3) Der Test ist negativ. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person gesund? (4 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein Zelt hat die Form einer Pyramide mit quadratischem Boden ABCD und Spitze S: A(0|0|0), B(8|0|0), C(8|8|0), D(0|8|0) und S(4|4|3). Eine Längeneinheit ist 1 m. Tipp: Eine Kante ist ein Vektor – ihre Länge ist sein Betrag.

1) Wie lang ist die Kante $\overline{AS}$? (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

2) Wie groß ist das Volumen des Zelts? (2 P.) _____

3) Neigungswinkel der Kante *AS* gegen den Boden (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

4) Mittelpunkt *M* der Kante *BS* (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -x - \dfrac{5}{2\sqrt{x}}$

2) $f'(x) = \dfrac{6}{5}x - \dfrac{5}{2\sqrt{x}}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_2^3 (x-5)\,dx = -\dfrac{5}{2}$

2) $\int_0^2 (-x+3)\,dx = 4$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = -2x^2 + 4x - 5$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \geq -1{,}53) = 1 - \Phi(-1{,}53) \approx 0{,}937$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(3 \mid -4 \mid 1) \cdot (5 \mid 1 \mid 1) = 12$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $N(6) = 200 \cdot e^{1{,}2} \approx 664$

2) $200 \cdot e^{0{,}2t} = 400 \Rightarrow t = \dfrac{\ln 2}{0{,}2} \approx 3{,}47\,\text{h}$

3) $e^{0{,}2t} = 10 \Rightarrow t = \dfrac{\ln 10}{0{,}2} \approx 11{,}51\,\text{h}$

4) $N'(t) = 40 \cdot e^{0{,}2t} \Rightarrow N'(6) \approx 133$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $0{,}05 \cdot 0{,}95 + 0{,}95 \cdot 0{,}03 \approx 0{,}076$

2) $P_{\text{pos}}(\text{krank}) = \dfrac{0{,}05 \cdot 0{,}95}{0{,}076} \approx 0{,}625$

3) $P_{\text{neg}}(\text{gesund}) = \dfrac{0{,}95 \cdot 0{,}97}{0{,}924} \approx 0{,}9973$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\overrightarrow{AS}| = \sqrt{4^2 + 4^2 + 3^2} = \sqrt{41} \approx 6{,}4\,\text{m}$

2) $V = \frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 3 = 64\,\text{m}^3$

3) $\sin\alpha = \frac{3}{\sqrt{41}} \Rightarrow \alpha \approx 27{,}94^\circ$

4) $M\left(\frac{8+4}{2} \mid \frac{0+4}{2} \mid \frac{0+3}{2}\right) = M(6 \mid 2 \mid 1{,}5)$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0