Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \frac{5}{x^2} - \frac{2}{5}x^3$ _____

2) $f(x) = -2\sqrt{x} + \frac{1}{2}x^2$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_1^2 (-3x^2 - 4x)\,dx =$ _____

2) $\int_2^4 (-5x + 2)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(0\,|\,1)$, $P_2(1\,|\,-1)$, $P_3(3\,|\,7)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \le -2{,}01)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) (5 | 6 | –3) · (2 | –6 | 6) = _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Ein Patient nimmt eine Tablette. Die Konzentration des Wirkstoffs im Blut (in mg pro Liter) beschreibt f(t) = 8 · t · e^(–0,5t), t in Stunden nach der Einnahme. Die Ableitung ist f´(t) = 8 · e^(–0,5t) · (1 – 0,5t). Tipp: Wo die Konzentration am stärksten abnimmt, hat der Graph seinen Wendepunkt (f´´(t) = 0).

1) Konzentration nach 1 Stunde (auf 2 Stellen runden) (2 P.) _____

2) Nach wie vielen Stunden ist die Konzentration am größten? (3 P.) _____

3) Wie groß ist die höchste Konzentration? (auf 2 Stellen runden) (2 P.) _____

4) Wann nimmt die Konzentration am stärksten ab? (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Die Bürgermeisterin behauptet: Mindestens 70 % der Bürger sind für den neuen Radweg. Eine Zeitung befragt 50 zufällig ausgewählte Bürger. X ist die Anzahl der Befürworter. Getestet wird H0: p >= 0,7 auf dem Signifikanzniveau 5 %. Sind es auffällig wenige Befürworter, wird H0 abgelehnt. Tipp: Rechne mit p = 0,7 und suche das größte k mit P(X <= k) <= 0,05. Beim Fehler 2. Art behält man H0, obwohl sie falsch ist.

1) Erwartungswert von X, wenn die Bürgermeisterin genau recht hat (1 P.) _____

2) Bis zu wie vielen Befürwortern wird H_0 abgelehnt? (4 P.) _____

3) Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art (4 Stellen) (2 P.) _____

4) In Wahrheit sind nur 60\,\% dafür. Wie groß ist der Fehler 2. Art? (4 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|3) + t · (9|6|2), die von Flugzeug F2 ist (37|3|6) + t · (-6|7|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

1) Geschwindigkeit von F_1 in km/h (2 P.) _____

2) Steigungswinkel von F_1 gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Wo ist F_1 nach 3 Minuten? (2 P.) _____

4) Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

5) Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -\frac{10}{x^3} - \frac{6}{5}x^2$

2) $f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{x}} + x$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_1^2 (-3x^2 - 4x)dx = -13$

2) $\int_2^4 (-5x + 2)dx = -26$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = 2x^2 - 4x + 1$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \le -2{,}01) = \Phi(-2{,}01) \approx 0{,}0222$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(5 \mid 6 \mid -3) \cdot (2 \mid -6 \mid 6) = -44$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $f(1) = 8 \cdot e^{-0{,}5} \approx 4{,}85 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$

2) $f'(t) = 0 \Rightarrow 1 - 0{,}5t = 0 \Rightarrow t = 2\,\text{h}$

3) $f(2) = 16 \cdot e^{-1} \approx 5{,}89 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$

4) $f'(t) = 8 \cdot e^{-0{,}5t} \cdot (0{,}25t - 1) = 0 \Rightarrow t = 4\,\text{h}$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $E(X) = 50 \cdot 0{,}7 = 35$

2) $P(X \le 29) \approx 0{,}0478 \le 0{,}05, \quad P(X \le 30) \approx 0{,}0848 > 0{,}05 \Rightarrow \overline{A} = \{0, \ldots, 29\}$

3) $\alpha = P(X \le 29) \approx 0{,}0478$

4) $\beta = P_{p=0{,}6}(X \ge 30) = 1 - P(X \le 29) \approx 0{,}561$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\vec{u}| = \sqrt{81 + 36 + 4} = 11\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \Rightarrow 660\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

2) $\sin\alpha = \frac{2}{11} \Rightarrow \alpha \approx 10{,}48^\circ$

3) $(0|0|3) + 3 \cdot (9|6|2) = (27|18|9)$

4) $d(t)^2 = |(-37| - 3| - 3) + t \cdot (15| - 1|2)|^2$ minimal $\Rightarrow t = 2{,}43\,\text{min}$

5) $d(2{,}43) \approx 5{,}77\,\text{km}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0