Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \frac{1}{x^2} + x^3$ _____

2) $f(x) = -\frac{4}{x^2} + x^3$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_1^4 (-3x^2)\,dx =$ _____

2) $\int_1^3 (2x^2)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(-1\,|\,-6)$, $P_2(0\,|\,-3)$, $P_3(3\,|\,-6)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \le 0{,}67)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(0 \mid 2 \mid -2) \cdot (-4 \mid 1 \mid 3) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = -x^3 + 3x + 1$. Ihr Graph heißt G. Diese Aufgabe ist ohne Taschenrechner lösbar. Tipp: Extrempunkte: $f'(x) = 0$ lösen und mit f'' prüfen. Wendepunkt: $f''(x) = 0$. Die Wendetangente hat die Steigung $m = f'(x_W)$.

1) Schnittpunkt von G mit der y-Achse (1 P.) _____

2) Hoch- und Tiefpunkt von G (Schreibweise: H(…|…); T(…|…)) (4 P.) _____

3) Wendepunkt von G (2 P.) _____

4) Gleichung der Wendetangente (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Ein Glücksrad bleibt mit der Wahrscheinlichkeit 0,25 auf „Gewinn“ stehen. Es wird 8-mal gedreht. Die Zufallsgröße X zählt, wie oft „Gewinn“ kommt. Weil sich die Wahrscheinlichkeit bei jedem Drehen nicht ändert, ist X binomialverteilt mit $n = 8$ und $p = 0{,}25$. Tipp: „mindestens einmal“ rechnest Du am leichtesten über das Gegenereignis „keinmal“.

1) Berechne $P(X = 1)$ (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

2) Berechne den Erwartungswert $E(X)$. (2 P.) _____

3) Berechne $P(X \geq 1)$ (auf 4 Stellen runden). (2 P.) _____

4) Wie oft muss man mindestens drehen, damit $P(X \geq 1) \geq 0{,}9$ gilt? (3 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein Zelt hat die Form einer Pyramide mit quadratischem Boden ABCD und Spitze S: A(0|0|0), B(8|0|0), C(8|8|0), D(0|8|0) und S(4|4|3). Eine Längeneinheit ist 1 m. Tipp: Eine Kante ist ein Vektor – ihre Länge ist sein Betrag.

1) Wie lang ist die Kante $\overline{AS}$? (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

2) Wie groß ist das Volumen des Zelts? (2 P.) _____

3) Neigungswinkel der Kante AS gegen den Boden (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

4) Mittelpunkt M der Kante BS (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -\frac{2}{x^3} + 3x^2$

2) $f'(x) = \frac{8}{x^3} + 3x^2$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_1^4 (-3x^2)\,dx = -63$

2) $\int_1^3 (2x^2)\,dx = \frac{52}{3}$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = -x^2 + 2x - 3$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \le 0{,}67) = \Phi(0{,}67) \approx 0{,}7486$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(0 \mid 2 \mid -2) \cdot (-4 \mid 1 \mid 3) = -4$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $f(0) = 1 \Rightarrow S_y(0 \mid 1)$

2) $f'(x) = -3x^2 + 3 = -3(x+1)(x-1) = 0, \quad f''(1) < 0,\ f''(-1) > 0 \Rightarrow H(1 \mid 3),\ T(-1 \mid -1)$

3) $f''(x) = -6x = 0 \Rightarrow W(0 \mid 1)$

4) $m = f'(0) = 3 \Rightarrow t(x) = 3x + 1$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $P(X = 1) = \binom{8}{1} \cdot 0{,}25^1 \cdot 0{,}75^7 \approx 0{,}267$

2) $E(X) = n \cdot p = 8 \cdot 0{,}25 = 2$

3) $P(X \ge 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0{,}75^8 \approx 0{,}8999$

4) $1 - 0{,}75^m \ge 0{,}9 \Rightarrow m \ge \frac{\ln 0{,}1}{\ln 0{,}75} \approx 8{,}004 \Rightarrow m = 9$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\overrightarrow{AS}| = \sqrt{4^2 + 4^2 + 3^2} = \sqrt{41} \approx 6{,}4\,\text{m}$

2) $V = \frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 3 = 64\,\text{m}^3$

3) $\sin\alpha = \frac{3}{\sqrt{41}} \Rightarrow \alpha \approx 27{,}94^\circ$

4) $M\left(\frac{8+4}{2} \mid \frac{0+4}{2} \mid \frac{0+3}{2}\right) = M(6 \mid 2 \mid 1{,}5)$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0