Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -x^2 + 5\sqrt{x}$ _____

2) $f(x) = \frac{6}{x^3} + \frac{5}{3}x^4$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_1^3 (-5x^2 + 4x - 2)\,dx =$ _____

2) $\int_1^2 (2x + 2)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(-2\,|\,-3)$, $P_2(-1\,|\,-5)$, $P_3(1\,|\,3)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq -0{,}34)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) (–3 | –5 | –1) · (–6 | –6 | 5) = _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Ein frisch aufgegossener Tee steht in einem Raum mit 20 °C. Seine Temperatur in °C nach t Minuten beschreibt T(t) = 20 + 60 · e^(–0,08t). Tipp: Der Tee kühlt nie unter die Raumtemperatur ab – der Teil 60 · e^(…) wird nur immer kleiner. Eine negative Änderungsrate bedeutet: Die Temperatur sinkt.

1) Wie heiß ist der Tee am Anfang? (2 P.) _____

2) Wie warm ist der Tee nach 10 Minuten? (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Nach wie vielen Minuten ist der Tee auf 45 °C abgekühlt? (2 Stellen) (3 P.) _____

4) Berechne die Änderungsrate *T'*(10) in °C pro Minute (2 Stellen). (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Eine Anlage füllt Saft in Flaschen. Die Füllmenge X (in ml) ist normalverteilt mit dem Erwartungswert my = 1000 ml und der Standardabweichung sigma = 4 ml. Tipp: Standardisiere mit z = (x – my) : sigma und lies ?(z) in der Tabelle oder mit dem Taschenrechner ab. Für „mehr als“ rechnest Du 1 – ?(z). Werte aus der Tabelle dürfen etwas abweichen.

1) Wahrscheinlichkeit, dass eine Flasche weniger als 992 ml enthält (3 Stellen) (2 P.) _____

2) Wahrscheinlichkeit, dass die Füllmenge höchstens 6 ml von μ abweicht (3 Stellen) (2 P.) _____

3) Wie viele von 5000 Flaschen enthalten voraussichtlich weniger als 992 ml? (ganze Zahl) (2 P.) _____

4) Ab welcher Füllmenge gehört eine Flasche zu den 5\,\% vollsten? (1 Stelle) (2 P.) _____

5) Auf welchen Wert muss σ sinken, damit nur 1\,\% der Flaschen weniger als 992 ml enthalten? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|2) + t · (12|4|3), die von Flugzeug F2 ist (47|-4|7) + t · (-7|8|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

1) Geschwindigkeit von F_1 in km/h (2 P.) _____

2) Steigungswinkel von F_1 gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Wo ist F_1 nach 5 Minuten? (2 P.) _____

4) Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

5) Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -2x + \frac{5}{2\sqrt{x}}$

2) $f'(x) = -\frac{18}{x^4} + \frac{20}{3}x^3$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_1^3 (-5x^2 + 4x - 2)dx = -\frac{94}{3}$

2) $\int_1^2 (2x + 2)dx = 5$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = 2x^2 + 4x - 3$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \geq -0{,}34) = 1 - \Phi(-0{,}34) \approx 0{,}6331$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(-3 \mid -5 \mid -1) \cdot (-6 \mid -6 \mid 5) = 43$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $T(0) = 20 + 60 \cdot e^0 = 80\,^\circ\text{C}$

2) $T(10) = 20 + 60 \cdot e^{-0{,}8} \approx 46{,}96\,^\circ\text{C}$

3) $60 \cdot e^{-0{,}08t} = 25 \Rightarrow t = \frac{\ln(60/25)}{0{,}08} \approx 10{,}94\,\text{min}$

4) $T'(t) = -4{,}8 \cdot e^{-0{,}08t} \Rightarrow T'(10) \approx -2{,}16\,\frac{^\circ\text{C}}{\text{min}}$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $P(X < 992) = \Phi\left(\frac{992-1000}{4}\right) = \Phi(-2) \approx 0{,}023$

2) $P(994 \leq X \leq 1006) = 2\,\Phi(1{,}5) - 1 \approx 0{,}866$

3) $5000 \cdot 0{,}0228 \approx 114$

4) $P(X \geq c) = 0{,}05 \Rightarrow \Phi\left(\frac{c-1000}{4}\right) = 0{,}95 \Rightarrow \frac{c-1000}{4} \approx 1{,}645 \Rightarrow c \approx 1006{,}6\,\text{ml}$

5) $\Phi\left(\frac{-8}{\sigma}\right) = 0{,}01 \Rightarrow \frac{8}{\sigma} \approx 2{,}326 \Rightarrow \sigma \approx 3{,}44\,\text{ml}$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\vec{u}| = \sqrt{144 + 16 + 9} = 13\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \Rightarrow 780\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

2) $\sin\alpha = \frac{3}{13} \Rightarrow \alpha \approx 13{,}34^\circ$

3) $(0|0|2) + 5 \cdot (12|4|3) = (60|20|17)$

4) $d(t)^2 = |(-47|4| - 5) + t \cdot (19| - 4|3)|^2$ minimal $\Rightarrow t = 2{,}39\,\text{min}$

5) $d(2{,}39) \approx 6{,}18\,\text{km}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0