# Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

## Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \frac{6}{x^3} - \frac{2}{3}x^2$ _____

2) $f(x) = -2\sqrt{x} + \frac{1}{5}x^2$ _____

## Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_1^2 (-2x)\,dx =$ _____

2) $\int_1^4 (x-1)\,dx =$ _____

## Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(0\,|\,1)$, $P_2(1\,|\,3)$, $P_3(2\,|\,9)$ _____

## Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq -1{,}39)$ _____

## Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

**1)** $(6 \mid -6 \mid -5) \cdot (0 \mid 6 \mid -1) =$ _____

## Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

In einem Speicher sind zu Beginn (t = 0) 100 m³ Wasser. Die Änderungsrate des Wasservolumens beträgt r(t) = 2 · (4 – t) in m³ pro Stunde (t in Stunden). Positive Werte bedeuten Zufluss, negative Abfluss. Tipp: Das Volumen ist der Anfangsbestand plus die Integralfunktion der Rate: V(t) = 100 + ?0t r(s) ds. Am meisten Wasser ist im Speicher, wenn die Rate von positiv zu negativ wechselt.

**1)** Gib das Volumen $V(t)$ als Term an. (3 P.) _____

**2)** Zu welchem Zeitpunkt ist am meisten Wasser im Speicher? (2 P.) _____

**3)** Wie viel Wasser ist dann im Speicher? (3 P.) _____

**4)** Wann ist wieder so viel Wasser im Speicher wie am Anfang? (2 P.) _____

## Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Eine Krankheit haben 5 % der Menschen. Ein Schnelltest zeigt bei Kranken mit 99 % Wahrscheinlichkeit „positiv“. Bei Gesunden zeigt er mit 90 % Wahrscheinlichkeit richtig „negativ“. Eine zufällig ausgewählte Person wird getestet. Tipp: Zeichne ein Baumdiagramm (erst krank/gesund, dann positiv/negativ) und rechne mit Dezimalzahlen.

**1)** Berechne $P(\text{positiv})$ (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

**2)** Der Test ist positiv. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person krank? (3 Stellen) (4 P.) _____

**3)** Der Test ist negativ. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person gesund? (4 Stellen) (3 P.) _____

## Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(12|0|0), B(0|4|0) und C(0|0|4) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

**1)** Wie groß ist die Fläche des Segels? (in $m^2$, 2 Stellen) (3 P.) _____

**2)** Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

**3)** Ein senkrechter Mast steht in $P(6|1|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

**4)** Wie weit ist die Hausecke $O$ vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

# Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

## Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

**1)** $f'(x) = -\frac{18}{x^4} - \frac{4}{3}x$

**2)** $f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{2}{5}x$

## Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

**1)** $\int_1^2 (-2x)dx = -3$

**2)** $\int_1^4 (x-1)dx = \frac{9}{2}$

## Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

**1)** $f(x) = 2x^2 + 1$

## Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

**1)** $P(Z \geq -1{,}39) = 1 - \Phi(-1{,}39) \approx 0{,}9177$

## Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

**1)** $(6 \mid -6 \mid -5) \cdot (0 \mid 6 \mid -1) = -31$

## Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

**1)** $V(t) = 100 + \int_0^t 2(4-s)\,ds = 100 + 8t - 1t^2$

**2)** $r(t) = 0 \Rightarrow t = 4\,\text{h}$ (Vorzeichenwechsel von + nach –)

**3)** $V(4) = 100 + 32 - 16 = 116\,\text{m}^3$

**4)** $V(t) = 100 \Rightarrow 8t - 1t^2 = 0 \Rightarrow t = 8\,\text{h}$ ($t = 0$ ist der Anfang)

## Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

**1)** $0{,}05 \cdot 0{,}99 + 0{,}95 \cdot 0{,}1 \approx 0{,}1445$

**2)** $P_{\text{pos}}(\text{krank}) = \frac{0{,}05 \cdot 0{,}99}{0{,}1445} \approx 0{,}343$

**3)** $P_{\text{neg}}(\text{gesund}) = \frac{0{,}95 \cdot 0{,}9}{0{,}8555} \approx 0{,}9994$

## Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

**1)** $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 16 \\ 48 \\ 48 \end{pmatrix}$, $A = \frac{1}{2}\sqrt{4864} \approx 34{,}87\,\text{m}^2$

**2)** $\cos\alpha = \frac{48}{\sqrt{4864}} \Rightarrow \alpha \approx 46{,}51^\circ$

**3)** $\frac{x}{12} + \frac{y}{4} + \frac{z}{4} = 1$ mit $x = 6,\ y = 1 \Rightarrow S(6 \mid 1 \mid 1)$

**4)** $d = \frac{|16 \cdot 0 + 48 \cdot 0 + 48 \cdot 0 - 192|}{\sqrt{4864}} \approx 2{,}75\,\text{m}$

### Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

| 15 P. | 14 P. | 13 P. | 12 P. | 11 P. | 10 P. | 9 P. | 8 P. | 7 P. | 6 P. | 5 P. | 4 P. | 3 P. | 2 P. | 1 P. | 0 P. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ab 50 | ab 47 | ab 45 | ab 42 | ab 39 | ab 37 | ab 34 | ab 32 | ab 29 | ab 26 | ab 24 | ab 21 | ab 18 | ab 15 | ab 11 | ab 0 |