# Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

## Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{x^2}$ _____

2) $f(x) = -2\sqrt{x} + \frac{1}{2}x^2$ _____

## Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_1^2 (-3x^2)\,dx =$ _____

2) $\int_1^4 (-4x + 1)\,dx =$ _____

## Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(-2\,|\,-10)$, $P_2(0\,|\,-2)$, $P_3(2\,|\,-2)$ _____

## Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq 1{,}35)$ _____

## Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

**1)** (–4 | –6 | –4) · (–6 | 5 | –1) = _____

## Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Gegeben ist f(x) = (x + 2) · e^(–x). Es gilt f´(x) = (–x – 1) · e^(–x) und f´´(x) = x · e^(–x). Eine Stammfunktion ist F(x) = –(x + 3) · e^(–x). Tipp: e^(–x) ist nie 0 – eine Gleichung wie (…) · e^(–x) = 0 löst Du, indem Du nur die Klammer gleich 0 setzt.

**1)** Nullstelle von f (1 P.) _____

**2)** Hochpunkt (y-Wert auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

**3)** Wendepunkt (y-Wert auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

**4)** Fläche zwischen G und der x-Achse für $-2 \le x \le 0$ (2 Stellen) (3 P.) _____

## Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Ein Glücksrad bleibt mit der Wahrscheinlichkeit 0,3 auf „Gewinn“ stehen. Es wird 8-mal gedreht. Die Zufallsgröße X zählt, wie oft „Gewinn“ kommt. Weil sich die Wahrscheinlichkeit bei jedem Drehen nicht ändert, ist X binomialverteilt mit n = 8 und p = 0,3. Tipp: „mindestens einmal“ rechnest Du am leichtesten über das Gegenereignis „keinmal“.

**1)** Berechne $P(X = 3)$ (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

**2)** Berechne den Erwartungswert $E(X)$. (2 P.) _____

**3)** Berechne $P(X \geq 1)$ (auf 4 Stellen runden). (2 P.) _____

**4)** Wie oft muss man mindestens drehen, damit $P(X \geq 1) \geq 0{,}9$ gilt? (3 P.) _____

## Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(4|0|0), B(0|4|0) und C(0|0|8) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

**1)** Wie groß ist die Fläche des Segels? (in $m^2$, 2 Stellen) (3 P.) _____

**2)** Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

**3)** Ein senkrechter Mast steht in $P(1|2|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

**4)** Wie weit ist die Hausecke $O$ vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

# Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

## Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{6}{x^3}$

2) $f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{x}} + x$

## Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_1^2 (-3x^2)\,dx = -7$

2) $\int_1^4 (-4x + 1)\,dx = -27$

## Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = -x^2 + 2x - 2$

## Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \geq 1{,}35) = 1 - \Phi(1{,}35) \approx 0{,}0885$

## Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(-4 \mid -6 \mid -4) \cdot (-6 \mid 5 \mid -1) = -2$

## Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $(x + 2) \cdot e^{-x} = 0 \Rightarrow x = -2$

2) $f'(x) = 0 \Rightarrow x = -1, \quad f(-1) = e^1 \approx 2{,}72 \Rightarrow H(-1 \mid 2{,}72)$

3) $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0, \quad f(0) = 2e^0 \approx 2 \Rightarrow W(0 \mid 2)$

4) $A = \int_{-2}^{0} f(x)\,dx = F(0) - F(-2) = -3 + e^2 \approx 4{,}39$

## Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $P(X = 3) = \binom{8}{3} \cdot 0{,}3^3 \cdot 0{,}7^5 \approx 0{,}2541$

2) $E(X) = n \cdot p = 8 \cdot 0{,}3 = 2{,}4$

3) $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0{,}7^8 \approx 0{,}9424$

4) $1 - 0{,}7^m \geq 0{,}9 \Rightarrow m \geq \frac{\ln 0{,}1}{\ln 0{,}7} \approx 6{,}456 \Rightarrow m = 7$

## Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

**1)** $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 32 \\ 32 \\ 16 \end{pmatrix}$, $A = \frac{1}{2}\sqrt{2304} \approx 24\,\text{m}^2$

**2)** $\cos\alpha = \frac{16}{\sqrt{2304}} \Rightarrow \alpha \approx 70{,}53^\circ$

**3)** $\frac{x}{4} + \frac{y}{4} + \frac{z}{8} = 1$ mit $x = 1,\ y = 2 \Rightarrow S(1 \mid 2 \mid 2)$

**4)** $d = \frac{|32 \cdot 0 + 32 \cdot 0 + 16 \cdot 0 - 128|}{\sqrt{2304}} \approx 2{,}67\,\text{m}$

### Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

| 15 P. | 14 P. | 13 P. | 12 P. | 11 P. | 10 P. | 9 P. | 8 P. | 7 P. | 6 P. | 5 P. | 4 P. | 3 P. | 2 P. | 1 P. | 0 P. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ab 50 | ab 47 | ab 45 | ab 42 | ab 39 | ab 37 | ab 34 | ab 32 | ab 29 | ab 26 | ab 24 | ab 21 | ab 18 | ab 15 | ab 11 | ab 0 |