Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -x^4 - \frac{3}{x^3}$ _____

2) $f(x) = \frac{6}{x^3} - x^3$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^1 (2x + 6)dx =$ _____

2) $\int_1^3 (3x - 6)dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(-2\,|\,1)$, $P_2(0\,|\,5)$, $P_3(1\,|\,10)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq -1{,}82)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(5 \mid -1 \mid -1) \cdot (-6 \mid 6 \mid 1) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

In einer Nährlösung vermehren sich Bakterien. Die Anzahl der Bakterien nach t Stunden beschreibt N(t) = 1000 · e^(0,3t). Tipp: Wenn die Unbekannte im Exponenten steht, hilft der natürliche Logarithmus ln – er macht e^(…) rückgängig. Die Ableitung N´(t) gibt an, wie viele Bakterien pro Stunde gerade dazukommen.

1) Wie viele Bakterien sind es nach 4 Stunden? (ganze Zahl) (2 P.) _____

2) Nach wie vielen Stunden hat sich die Anzahl verdoppelt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Wann sind es zehnmal so viele Bakterien wie am Anfang? (2 Stellen) (2 P.) _____

4) Wie schnell wächst die Kultur nach 4 Stunden? (Bakterien pro Stunde, ganze Zahl) (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

In einer Stadt fahren 60 % der Berufstätigen mit dem Rad zur Arbeit (Ereignis R). Von den Radfahrern nutzen 20 % ein E-Bike (Ereignis E). Von denen, die nicht mit dem Rad fahren, besitzen trotzdem 5 % ein E-Bike. Eine berufstätige Person wird zufällig ausgewählt. Tipp: Trage alles in eine Vierfeldertafel ein. Die Zeilen- und Spaltensummen helfen bei P(E).

1) $P(R \cap E)$ (2 P.) _____

2) $P(E)$ (2 P.) _____

3) Die Person hat ein E-Bike. Mit welcher Wahrscheinlichkeit fährt sie mit dem Rad zur Arbeit? (3 Stellen) (3 P.) _____

4) $P(\overline{R} \cap \overline{E})$ (1 P.) _____

5) Sind R und E stochastisch unabhängig? (ja/nein) (2 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(4|0|0), B(0|12|0) und C(0|0|12) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(1|3|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -4x^3 + \frac{9}{x^4}$

2) $f'(x) = -\frac{18}{x^4} - 3x^2$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_0^1 (2x + 6)dx = 7$

2) $\int_1^3 (3x - 6)dx = 0$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = x^2 + 4x + 5$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \geq -1{,}82) = 1 - \Phi(-1{,}82) \approx 0{,}9656$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(5 \mid -1 \mid -1) \cdot (-6 \mid 6 \mid 1) = -37$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $N(4) = 1000 \cdot e^{1{,}2} \approx 3320$

2) $1000 \cdot e^{0{,}3t} = 2000 \Rightarrow t = \frac{\ln 2}{0{,}3} \approx 2{,}31\,\text{h}$

3) $e^{0{,}3t} = 10 \Rightarrow t = \frac{\ln 10}{0{,}3} \approx 7{,}68\,\text{h}$

4) $N'(t) = 300 \cdot e^{0{,}3t} \Rightarrow N'(4) \approx 996$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $0{,}6 \cdot 0{,}2 = 0{,}12$

2) $0{,}12 + 0{,}4 \cdot 0{,}05 = 0{,}14$

3) $P_E(R) = \frac{P(R \cap E)}{P(E)} = \frac{0{,}12}{0{,}14} \approx 0{,}857$

4) $0{,}4 \cdot 0{,}95 = 0{,}38$

5) $P(R) \cdot P(E) = 0{,}6 \cdot 0{,}14 = 0{,}084 \neq 0{,}12 = P(R \cap E) \Rightarrow$ nein

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 144 \\ 48 \\ 48 \end{pmatrix}$, $A = \frac{1}{2}\sqrt{25344} \approx 79{,}6\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{48}{\sqrt{25344}} \Rightarrow \alpha \approx 72{,}45^\circ$

3) $\frac{x}{4} + \frac{y}{12} + \frac{z}{12} = 1$ mit $x = 1,\ y = 3 \Rightarrow S(1 \mid 3 \mid 6)$

4) $d = \frac{|144 \cdot 0 + 48 \cdot 0 + 48 \cdot 0 - 576|}{\sqrt{25344}} \approx 3{,}62\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0