Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -\frac{3}{2}x^2 - 2\sqrt{x}$ _____

2) $f(x) = -\frac{2}{3}x^4 - \frac{2}{x^2}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^3 (-5x + 3)\,dx =$ _____

2) $\int_1^3 (5x)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $H(-2\,|\,0)$, $P(-4\,|\,-8)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq -1{,}43)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) (–5 | 1 | 4) · (–2 | 5 | 6) = _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Ein Patient nimmt eine Tablette. Die Konzentration des Wirkstoffs im Blut (in mg pro Liter) beschreibt f(t) = 6 · t · e^(–0,5t), t in Stunden nach der Einnahme. Die Ableitung ist f´(t) = 6 · e^(–0,5t) · (1 – 0,5t). Tipp: Wo die Konzentration am stärksten abnimmt, hat der Graph seinen Wendepunkt (f´´(t) = 0).

1) Konzentration nach 1 Stunde (auf 2 Stellen runden) (2 P.) _____

2) Nach wie vielen Stunden ist die Konzentration am größten? (3 P.) _____

3) Wie groß ist die höchste Konzentration? (auf 2 Stellen runden) (2 P.) _____

4) Wann nimmt die Konzentration am stärksten ab? (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Eine Anlage füllt Saft in Flaschen. Die Füllmenge X (in ml) ist normalverteilt mit dem Erwartungswert my = 1000 ml und der Standardabweichung sigma = 4 ml. Tipp: Standardisiere mit z = (x – my) : sigma und lies ?(z) in der Tabelle oder mit dem Taschenrechner ab. Für „mehr als“ rechnest Du 1 – ?(z). Werte aus der Tabelle dürfen etwas abweichen.

1) Wahrscheinlichkeit, dass eine Flasche weniger als 994 ml enthält (3 Stellen) (2 P.) _____

2) Wahrscheinlichkeit, dass die Füllmenge höchstens 6 ml von μ abweicht (3 Stellen) (2 P.) _____

3) Wie viele von 2000 Flaschen enthalten voraussichtlich weniger als 994 ml? (ganze Zahl) (2 P.) _____

4) Ab welcher Füllmenge gehört eine Flasche zu den 5\,\% vollsten? (1 Stelle) (2 P.) _____

5) Auf welchen Wert muss σ sinken, damit nur 1\,\% der Flaschen weniger als 994 ml enthalten? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(12|0|0), B(0|8|0) und C(0|0|4) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(6|2|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -3x - \frac{1}{\sqrt{x}}$

2) $f'(x) = -\frac{8}{3}x^3 + \frac{4}{x^3}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_0^3 (-5x + 3)dx = -\frac{27}{2}$

2) $\int_1^3 (5x)dx = 20$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = -2x^2 - 8x - 8$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \geq -1{,}43) = 1 - \Phi(-1{,}43) \approx 0{,}9236$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(-5 \mid 1 \mid 4) \cdot (-2 \mid 5 \mid 6) = 39$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $f(1) = 6 \cdot e^{-0{,}5} \approx 3{,}64 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$

2) $f'(t) = 0 \Rightarrow 1 - 0{,}5t = 0 \Rightarrow t = 2\,\text{h}$

3) $f(2) = 12 \cdot e^{-1} \approx 4{,}41 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$

4) $f'(t) = 6 \cdot e^{-0{,}5t} \cdot (0{,}25t - 1) = 0 \Rightarrow t = 4\,\text{h}$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $P(X < 994) = \Phi\left(\frac{994 - 1000}{4}\right) = \Phi(-1{,}5) \approx 0{,}067$

2) $P(994 \leq X \leq 1006) = 2\,\Phi(1{,}5) - 1 \approx 0{,}866$

3) $2000 \cdot 0{,}0668 \approx 134$

4) $P(X \geq c) = 0{,}05 \Rightarrow \Phi\left(\frac{c - 1000}{4}\right) = 0{,}95 \Rightarrow \frac{c - 1000}{4} \approx 1{,}645 \Rightarrow c \approx 1006{,}6\,\text{ml}$

5) $\Phi\left(\frac{-6}{\sigma}\right) = 0{,}01 \Rightarrow \frac{6}{\sigma} \approx 2{,}326 \Rightarrow \sigma \approx 2{,}58\,\text{ml}$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 32 \\ 48 \\ 96 \end{pmatrix}$, $A = \frac{1}{2}\sqrt{12544} \approx 56\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{96}{\sqrt{12544}} \Rightarrow \alpha \approx 31^\circ$

3) $\frac{x}{12} + \frac{y}{8} + \frac{z}{4} = 1$ mit $x = 6,\ y = 2 \Rightarrow S(6 \mid 2 \mid 1)$

4) $d = \frac{|32 \cdot 0 + 48 \cdot 0 + 96 \cdot 0 - 384|}{\sqrt{12544}} \approx 3{,}43\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0