Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \frac{2}{x^3} - x^2$ _____

2) $f(x) = \frac{1}{5}x^3 - \sqrt{x}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_1^4 (4x^2 + 4x)\,dx =$ _____

2) $\int_2^3 (5x)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(-2\,|\,-48)$, $P_2(2\,|\,0)$, $P_3(3\,|\,2)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq -2{,}22)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(-3 \mid 1 \mid 1) \cdot (1 \mid 4 \mid 0) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Gegeben ist die Funktionenschar $f_a(x) = 2 \cdot (x^3 - 3a \cdot x^2) - 1$ mit $a > 0$. Tipp: Der Parameter a ist eine feste Zahl, die Du nur nicht kennst – leite ab wie gewohnt. Für die Ortskurve stellst Du $x_T = \ldots$ nach a um und setzt in y_T ein.

1) x-Koordinate des Tiefpunkts (Term mit a) (2 P.) _____

2) y-Koordinate des Tiefpunkts (Term mit a) (2 P.) _____

3) Gleichung der Ortskurve aller Tiefpunkte (3 P.) _____

4) Für welches a liegt der Tiefpunkt auf der Höhe $y = -217$? (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Eine Anlage füllt Saft in Flaschen. Die Füllmenge X (in ml) ist normalverteilt mit dem Erwartungswert my = 750 ml und der Standardabweichung sigma = 8 ml. Tipp: Standardisiere mit z = (x – my) : sigma und lies ?(z) in der Tabelle oder mit dem Taschenrechner ab. Für „mehr als“ rechnest Du 1 – ?(z). Werte aus der Tabelle dürfen etwas abweichen.

1) Wahrscheinlichkeit, dass eine Flasche weniger als 734 ml enthält (3 Stellen) (2 P.) _____

2) Wahrscheinlichkeit, dass die Füllmenge höchstens 12 ml von μ abweicht (3 Stellen) (2 P.) _____

3) Wie viele von 2000 Flaschen enthalten voraussichtlich weniger als 734 ml? (ganze Zahl) (2 P.) _____

4) Ab welcher Füllmenge gehört eine Flasche zu den 5\,\% vollsten? (1 Stelle) (2 P.) _____

5) Auf welchen Wert muss σ sinken, damit nur 1\,\% der Flaschen weniger als 734 ml enthalten? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(4|0|0), B(0|4|0) und C(0|0|4) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(1|2|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -\frac{6}{x^4} - 2x$

2) $f'(x) = \frac{3}{5}x^2 - \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_1^4 (4x^2 + 4x)dx = 114$

2) $\int_2^3 (5x)dx = \frac{25}{2}$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = -2x^2 + 12x - 16$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \geq -2{,}22) = 1 - \Phi(-2{,}22) \approx 0{,}9868$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(-3 \mid 1 \mid 1) \cdot (1 \mid 4 \mid 0) = 1$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $f_a'(x) = 6x^2 - 12ax = 6x(x - 2a) = 0, \quad f_a''(2a) = 12a > 0 \Rightarrow x_T = 2a$

2) $f_a(2a) = 2(8a^3 - 12a^3) - 1 = -8a^3 - 1$

3) $x = 2a \Rightarrow a = \frac{x}{2} \Rightarrow y = -8\left(\frac{x}{2}\right)^3 - 1 = -x^3 - 1$

4) $-8a^3 - 1 = -217 \Rightarrow a^3 = 27 \Rightarrow a = 3$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $P(X < 734) = \Phi\left(\frac{734 - 750}{8}\right) = \Phi(-2) \approx 0{,}023$

2) $P(738 \leq X \leq 762) = 2\,\Phi(1{,}5) - 1 \approx 0{,}866$

3) $2000 \cdot 0{,}0228 \approx 46$

4) $P(X \geq c) = 0{,}05 \Rightarrow \Phi\left(\frac{c - 750}{8}\right) = 0{,}95 \Rightarrow \frac{c - 750}{8} \approx 1{,}645 \Rightarrow c \approx 763{,}2\,\text{ml}$

5) $\Phi\left(\frac{-16}{\sigma}\right) = 0{,}01 \Rightarrow \frac{16}{\sigma} \approx 2{,}326 \Rightarrow \sigma \approx 6{,}88\,\text{ml}$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 16 \\ 16 \\ 16 \end{pmatrix}$, $A = \frac{1}{2}\sqrt{768} \approx 13{,}86\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{16}{\sqrt{768}} \Rightarrow \alpha \approx 54{,}74^\circ$

3) $\frac{x}{4} + \frac{y}{4} + \frac{z}{4} = 1$ mit $x = 1,\ y = 2 \Rightarrow S(1 \mid 2 \mid 1)$

4) $d = \frac{|16 \cdot 0 + 16 \cdot 0 + 16 \cdot 0 - 64|}{\sqrt{768}} \approx 2{,}31\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0