# Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

## Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -5\sqrt{x} + \frac{3}{2}x^3$ _____

2) $f(x) = \frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{x}$ _____

## Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_1^4 (3x)\,dx =$ _____

2) $\int_2^5 (-2x - 5)\,dx =$ _____

## Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(-1\,|\,10)$, $P_2(1\,|\,2)$, $P_3(3\,|\,10)$ _____

## Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \le -2{,}49)$ _____

## Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

**1)** $(-3 \mid -2 \mid -5) \cdot (2 \mid 5 \mid -6) =$ _____

## Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$. Ihr Graph heißt G. Diese Aufgabe ist ohne Taschenrechner lösbar. Tipp: Extrempunkte: $f'(x) = 0$ lösen und mit $f''$ prüfen. Wendepunkt: $f''(x) = 0$. Die Wendetangente hat die Steigung $m = f'(x_W)$.

**1)** Schnittpunkt von G mit der y-Achse (1 P.) _____

**2)** Hoch- und Tiefpunkt von G (Schreibweise: H(…|…); T(…|…)) (4 P.) _____

**3)** Wendepunkt von G (2 P.) _____

**4)** Gleichung der Wendetangente (3 P.) _____

## Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

In einer Stadt fahren 60 % der Berufstätigen mit dem Rad zur Arbeit (Ereignis R). Von den Radfahrern nutzen 35 % ein E-Bike (Ereignis E). Von denen, die nicht mit dem Rad fahren, besitzen trotzdem 5 % ein E-Bike. Eine berufstätige Person wird zufällig ausgewählt. Tipp: Trage alles in eine Vierfeldertafel ein. Die Zeilen- und Spaltensummen helfen bei P(E).

**1)** $P(R \cap E)$ (2 P.) _____

**2)** $P(E)$ (2 P.) _____

**3)** Die Person hat ein E-Bike. Mit welcher Wahrscheinlichkeit fährt sie mit dem Rad zur Arbeit? (3 Stellen) (3 P.) _____

**4)** $P(\overline{R} \cap \overline{E})$ (1 P.) _____

**5)** Sind R und E stochastisch unabhängig? (ja/nein) (2 P.) _____

## Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein Zelt hat die Form einer Pyramide mit quadratischem Boden ABCD und Spitze S: A(0|0|0), B(6|0|0), C(6|6|0), D(0|6|0) und S(3|3|3). Eine Längeneinheit ist 1 m. Tipp: Eine Kante ist ein Vektor – ihre Länge ist sein Betrag.

**1)** Wie lang ist die Kante $\overline{AS}$? (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

**2)** Wie groß ist das Volumen des Zelts? (2 P.) _____

**3)** Neigungswinkel der Kante *AS* gegen den Boden (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

**4)** Mittelpunkt *M* der Kante *BS* (2 P.) _____

# Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

## Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

**1)** $f'(x) = -\frac{5}{2\sqrt{x}} + \frac{9}{2}x^2$

**2)** $f'(x) = \frac{2}{3}x - \frac{4}{x^2}$

## Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

**1)** $\int_1^4 (3x)dx = \frac{45}{2}$

**2)** $\int_2^5 (-2x - 5)dx = -36$

## Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

**1)** $f(x) = 2x^2 - 4x + 4$

## Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

**1)** $P(Z \leq -2{,}49) = \Phi(-2{,}49) \approx 0{,}0064$

## Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

**1)** $(-3 \mid -2 \mid -5) \cdot (2 \mid 5 \mid -6) = 14$

## Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

**1)** $f(0) = 1 \Rightarrow S_y(0 \mid 1)$

**2)** $f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 3(x + 3)(x - 1) = 0, \quad f''(-3) < 0,\ f''(1) > 0 \Rightarrow H(-3 \mid 28),\ T(1 \mid -4)$

**3)** $f''(x) = 6x + 6 = 0 \Rightarrow W(-1 \mid 12)$

**4)** $m = f'(-1) = -12 \Rightarrow t(x) = -12x$

## Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

**1)** $0{,}6 \cdot 0{,}35 = 0{,}21$

**2)** $0{,}21 + 0{,}4 \cdot 0{,}05 = 0{,}23$

**3)** $P_E(R) = \frac{P(R \cap E)}{P(E)} = \frac{0{,}21}{0{,}23} \approx 0{,}913$

**4)** $0{,}4 \cdot 0{,}95 = 0{,}38$

**5)** $P(R) \cdot P(E) = 0{,}6 \cdot 0{,}23 = 0{,}138 \neq 0{,}21 = P(R \cap E) \Rightarrow$ nein

## Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

**1)** $|\overrightarrow{AS}| = \sqrt{3^2 + 3^2 + 3^2} = \sqrt{27} \approx 5{,}2\,\text{m}$

**2)** $V = \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 3 = 36\,\text{m}^3$

**3)** $\sin\alpha = \frac{3}{\sqrt{27}} \Rightarrow \alpha \approx 35{,}26^\circ$

**4)** $M\left(\frac{6+3}{2} \mid \frac{0+3}{2} \mid \frac{0+3}{2}\right) = M(4{,}5 \mid 1{,}5 \mid 1{,}5)$

**Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)**

| 15 P. | 14 P. | 13 P. | 12 P. | 11 P. | 10 P. | 9 P. | 8 P. | 7 P. | 6 P. | 5 P. | 4 P. | 3 P. | 2 P. | 1 P. | 0 P. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ab 50 | ab 47 | ab 45 | ab 42 | ab 39 | ab 37 | ab 34 | ab 32 | ab 29 | ab 26 | ab 24 | ab 21 | ab 18 | ab 15 | ab 11 | ab 0 |