Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \frac{2}{x^3} + 2x^4$ _____

2) $f(x) = -\frac{1}{5}x^2 + 4\sqrt{x}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_1^3 (3x^2)\,dx =$ _____

2) $\int_0^2 (-4x)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(-2\,|\,7)$, $P_2(1\,|\,37)$, $P_3(2\,|\,55)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq 1{,}75)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(2 \mid 1 \mid 2) \cdot (1 \mid -3 \mid -4) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 24x + 2$. Ihr Graph heißt G. Diese Aufgabe ist ohne Taschenrechner lösbar. Tipp: Extrempunkte: $f'(x) = 0$ lösen und mit f'' prüfen. Wendepunkt: $f''(x) = 0$. Die Wendetangente hat die Steigung $m = f'(x_W)$.

1) Schnittpunkt von G mit der y-Achse (1 P.) _____

2) Hoch- und Tiefpunkt von G (Schreibweise: H(…|…); T(…|…)) (4 P.) _____

3) Wendepunkt von G (2 P.) _____

4) Gleichung der Wendetangente (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Eine Krankheit haben 5 % der Menschen. Ein Schnelltest zeigt bei Kranken mit 99 % Wahrscheinlichkeit „positiv“. Bei Gesunden zeigt er mit 90 % Wahrscheinlichkeit richtig „negativ“. Eine zufällig ausgewählte Person wird getestet. Tipp: Zeichne ein Baumdiagramm (erst krank/gesund, dann positiv/negativ) und rechne mit Dezimalzahlen.

1) Berechne *P*(positiv) (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

2) Der Test ist positiv. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person krank? (3 Stellen) (4 P.) _____

3) Der Test ist negativ. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person gesund? (4 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(12|0|0), B(0|4|0) und C(0|0|4) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(3|2|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -\frac{6}{x^4} + 8x^3$

2) $f'(x) = -\frac{2}{5}x + \frac{2}{\sqrt{x}}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_1^3 (3x^2)dx = 26$

2) $\int_0^2 (-4x)dx = -8$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = 2x^2 + 12x + 23$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \geq 1{,}75) = 1 - \Phi(1{,}75) \approx 0{,}0401$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(2 \mid 1 \mid 2) \cdot (1 \mid -3 \mid -4) = -9$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $f(0) = 2 \Rightarrow S_y(0 \mid 2)$

2) $f'(x) = -3x^2 + 6x + 24 = -3(x + 2)(x - 4) = 0, \quad f''(4) < 0,\ f''(-2) > 0 \Rightarrow H(4 \mid 82),\ T(-2 \mid -26)$

3) $f''(x) = -6x + 6 = 0 \Rightarrow W(1 \mid 28)$

4) $m = f'(1) = 27 \Rightarrow t(x) = 27x + 1$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $0{,}05 \cdot 0{,}99 + 0{,}95 \cdot 0{,}1 \approx 0{,}1445$

2) $P_{pos}(\text{krank}) = \frac{0{,}05 \cdot 0{,}99}{0{,}1445} \approx 0{,}343$

3) $P_{neg}(\text{gesund}) = \frac{0{,}95 \cdot 0{,}9}{0{,}8555} \approx 0{,}9994$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 16 \\ 48 \\ 48 \end{pmatrix}$, $A = \frac{1}{2}\sqrt{4864} \approx 34{,}87\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{48}{\sqrt{4864}} \Rightarrow \alpha \approx 46{,}51^\circ$

3) $\frac{x}{12} + \frac{y}{4} + \frac{z}{4} = 1$ mit $x = 3,\ y = 2 \Rightarrow S(3 \mid 2 \mid 1)$

4) $d = \frac{|16 \cdot 0 + 48 \cdot 0 + 48 \cdot 0 - 192|}{\sqrt{4864}} \approx 2{,}75\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0