Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \frac{2}{x^2} - \frac{2}{5}x^2$ _____

2) $f(x) = \frac{5}{3}x^3 + \frac{6}{x^2}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^1 (3x^2)\,dx =$ _____

2) $\int_0^3 (-5x - 4)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(-2\,|\,3)$, $P_2(-1\,|\,4)$, $P_3(2\,|\,-5)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \le -0{,}24)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(1 \mid 4 \mid 0) \cdot (-1 \mid -4 \mid -2) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Ein Patient nimmt eine Tablette. Die Konzentration des Wirkstoffs im Blut (in mg pro Liter) beschreibt f(t) = 4 · t · e^(–0,25t), t in Stunden nach der Einnahme. Die Ableitung ist f´(t) = 4 · e^(–0,25t) · (1 – 0,25t). Tipp: Wo die Konzentration am stärksten abnimmt, hat der Graph seinen Wendepunkt (f´´(t) = 0).

1) Konzentration nach 1 Stunde (auf 2 Stellen runden) (2 P.) _____

2) Nach wie vielen Stunden ist die Konzentration am größten? (3 P.) _____

3) Wie groß ist die höchste Konzentration? (auf 2 Stellen runden) (2 P.) _____

4) Wann nimmt die Konzentration am stärksten ab? (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

In einer Stadt fahren 40 % der Berufstätigen mit dem Rad zur Arbeit (Ereignis R). Von den Radfahrern nutzen 35 % ein E-Bike (Ereignis E). Von denen, die nicht mit dem Rad fahren, besitzen trotzdem 10 % ein E-Bike. Eine berufstätige Person wird zufällig ausgewählt. Tipp: Trage alles in eine Vierfeldertafel ein. Die Zeilen- und Spaltensummen helfen bei P(E).

1) $P(R \cap E)$ (2 P.) _____

2) $P(E)$ (2 P.) _____

3) Die Person hat ein E-Bike. Mit welcher Wahrscheinlichkeit fährt sie mit dem Rad zur Arbeit? (3 Stellen) (3 P.) _____

4) $P(\overline{R} \cap \overline{E})$ (1 P.) _____

5) Sind R und E stochastisch unabhängig? (ja/nein) (2 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(4|0|0), B(0|8|0) und C(0|0|12) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(1|4|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -\frac{4}{x^3} - \frac{4}{5}x$

2) $f'(x) = 5x^2 - \frac{12}{x^3}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_0^1 (3x^2)dx = 1$

2) $\int_0^3 (-5x - 4)dx = -\frac{69}{2}$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = -x^2 - 2x + 3$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \leq -0{,}24) = \Phi(-0{,}24) \approx 0{,}4052$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(1 \mid 4 \mid 0) \cdot (-1 \mid -4 \mid -2) = -17$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $f(1) = 4 \cdot e^{-0{,}25} \approx 3{,}12 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$

2) $f'(t) = 0 \Rightarrow 1 - 0{,}25t = 0 \Rightarrow t = 4\,\text{h}$

3) $f(4) = 16 \cdot e^{-1} \approx 5{,}89 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$

4) $f'(t) = 4 \cdot e^{-0{,}25t} \cdot (0{,}0625t - 0{,}5) = 0 \Rightarrow t = 8\,\text{h}$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $0{,}4 \cdot 0{,}35 = 0{,}14$

2) $0{,}14 + 0{,}6 \cdot 0{,}1 = 0{,}2$

3) $P_E(R) = \frac{P(R \cap E)}{P(E)} = \frac{0{,}14}{0{,}2} \approx 0{,}7$

4) $0{,}6 \cdot 0{,}9 = 0{,}54$

5) $P(R) \cdot P(E) = 0{,}4 \cdot 0{,}2 = 0{,}08 \neq 0{,}14 = P(R \cap E) \Rightarrow$ nein

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 96 \\ 48 \\ 32 \end{pmatrix}$, $A = \frac{1}{2}\sqrt{12544} \approx 56\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{32}{\sqrt{12544}} \Rightarrow \alpha \approx 73{,}4^\circ$

3) $\frac{x}{4} + \frac{y}{8} + \frac{z}{12} = 1$ mit $x = 1,\ y = 4 \Rightarrow S(1 \mid 4 \mid 3)$

4) $d = \frac{|96 \cdot 0 + 48 \cdot 0 + 32 \cdot 0 - 384|}{\sqrt{12544}} \approx 3{,}43\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0