Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -\frac{5}{x^3} + \frac{1}{3}x^4$ _____

2) $f(x) = \frac{2}{x} - \frac{2}{5}x^3$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^3 (2x + 2)dx =$ _____

2) $\int_0^2 (x + 3)dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(-2\,|\,5)$, $P_2(1\,|\,2)$, $P_3(3\,|\,10)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \leq 1)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(-5 \mid -5 \mid 3) \cdot (0 \mid -1 \mid -4) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Ein Ball wird aus 1 m Höhe senkrecht nach oben geworfen. Seine Höhe über dem Boden (in Metern) nach t Sekunden beschreibt die Funktion $h(t) = -5t^2 + 25t + 1$. Den Luftwiderstand lassen wir weg. Tipp: Die größte Höhe ist der Hochpunkt des Graphen – dort ist die Ableitung $h'(t) = 0$.

1) Wie hoch ist der Ball nach 1 Sekunde? (2 P.) _____

2) Nach wie vielen Sekunden ist der Ball am höchsten? (3 P.) _____

3) Wie groß ist die größte Höhe? (2 P.) _____

4) Wann landet der Ball? (in Sekunden, auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Ein Glücksrad bleibt mit der Wahrscheinlichkeit 0,4 auf „Gewinn“ stehen. Es wird 10-mal gedreht. Die Zufallsgröße X zählt, wie oft „Gewinn“ kommt. Weil sich die Wahrscheinlichkeit bei jedem Drehen nicht ändert, ist X binomialverteilt mit n = 10 und p = 0,4. Tipp: „mindestens einmal“ rechnest Du am leichtesten über das Gegenereignis „keinmal“.

1) Berechne $P(X = 1)$ (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

2) Berechne den Erwartungswert $E(X)$. (2 P.) _____

3) Berechne $P(X \geq 1)$ (auf 4 Stellen runden). (2 P.) _____

4) Wie oft muss man mindestens drehen, damit $P(X \geq 1) \geq 0{,}9$ gilt? (3 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|3) + t · (9|6|2), die von Flugzeug F2 ist (37|1|4) + t · (-4|3|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

1) Geschwindigkeit von F_1 in km/h (2 P.) _____

2) Steigungswinkel von F_1 gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Wo ist F_1 nach 2 Minuten? (2 P.) _____

4) Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

5) Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = \frac{15}{x^4} + \frac{4}{3}x^3$

2) $f'(x) = -\frac{2}{x^2} - \frac{6}{5}x^2$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_0^3 (2x + 2)dx = 15$

2) $\int_0^2 (x + 3)dx = 8$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = x^2 + 1$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \leq 1) = \Phi(1) \approx 0{,}8413$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(-5 \mid -5 \mid 3) \cdot (0 \mid -1 \mid -4) = -7$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $h(1) = -5 + 25 + 1 = 21\,\text{m}$

2) $h'(t) = -10t + 25 = 0 \Rightarrow t = 2{,}5\,\text{s}$

3) $h(2{,}5) = 32{,}25\,\text{m}$

4) $-5t^2 + 25t + 1 = 0 \Rightarrow t \approx 5{,}04\,\text{s}$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $P(X = 1) = \binom{10}{1} \cdot 0{,}4^1 \cdot 0{,}6^9 \approx 0{,}0403$

2) $E(X) = n \cdot p = 10 \cdot 0{,}4 = 4$

3) $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0{,}6^{10} \approx 0{,}994$

4) $1 - 0{,}6^m \geq 0{,}9 \Rightarrow m \geq \frac{\ln 0{,}1}{\ln 0{,}6} \approx 4{,}508 \Rightarrow m = 5$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\vec{u}| = \sqrt{81 + 36 + 4} = 11\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \Rightarrow 660\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

2) $\sin\alpha = \frac{2}{11} \Rightarrow \alpha \approx 10{,}48^\circ$

3) $(0|0|3) + 2 \cdot (9|6|2) = (18|12|7)$

4) $d(t)^2 = |(-37| - 1| - 1) + t \cdot (13|3|2)|^2$ minimal $\Rightarrow t = 2{,}67\,\text{min}$

5) $d(2{,}67) \approx 8{,}56\,\text{km}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0