Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \frac{3}{4}x^4 - \frac{4}{x^2}$ _____

2) $f(x) = -\frac{1}{5}x^2 + \frac{5}{x^2}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^3 (-5x^2)\,dx =$ _____

2) $\int_1^4 (4x^2 - 4)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $T(-3\,|\,5)$, $P(0\,|\,14)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \le -0{,}23)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(-3 \mid 5 \mid 2) \cdot (1 \mid -4 \mid -1) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Ein Federball wird geschlagen. Seine Flugbahn beschreibt $h(x) = -0{,}04x^2 + 0{,}4x + 2$. Dabei ist x die waagerechte Entfernung vom Abschlagpunkt und h(x) die Höhe über dem Boden (beides in Metern). Das Netz ist 1,55 m hoch und steht bei x = 7. Tipp: Der Auftreffwinkel ist der Winkel zwischen Flugbahn und Boden. Du bekommst ihn über die Steigung: tan(alpha) = |h´(x)|.

1) Höchster Punkt der Flugbahn (x und Höhe) (3 P.) _____

2) Wie hoch fliegt der Ball über das Netz hinweg? (in m, 2 Stellen) (2 P.) _____

3) In welcher Entfernung trifft der Ball auf den Boden? (2 Stellen) (3 P.) _____

4) Unter welchem Winkel trifft der Ball auf? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Eine Anlage füllt Saft in Flaschen. Die Füllmenge X (in ml) ist normalverteilt mit dem Erwartungswert my = 500 ml und der Standardabweichung sigma = 5 ml. Tipp: Standardisiere mit z = (x – my) : sigma und lies ?(z) in der Tabelle oder mit dem Taschenrechner ab. Für „mehr als“ rechnest Du 1 – ?(z). Werte aus der Tabelle dürfen etwas abweichen.

1) Wahrscheinlichkeit, dass eine Flasche weniger als 492,5 ml enthält (3 Stellen) (2 P.) _____

2) Wahrscheinlichkeit, dass die Füllmenge höchstens 5 ml von μ abweicht (3 Stellen) (2 P.) _____

3) Wie viele von 1000 Flaschen enthalten voraussichtlich weniger als 492,5 ml? (ganze Zahl) (2 P.) _____

4) Ab welcher Füllmenge gehört eine Flasche zu den 5\,\% vollsten? (1 Stelle) (2 P.) _____

5) Auf welchen Wert muss σ sinken, damit nur 1\,\% der Flaschen weniger als 492,5 ml enthalten? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(8|0|0), B(0|12|0) und C(0|0|4) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(2|3|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = 3x^3 + \frac{8}{x^3}$

2) $f'(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{10}{x^3}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_0^3 (-5x^2)\,dx = -45$

2) $\int_1^4 (4x^2 - 4)\,dx = 72$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = x^2 + 6x + 14$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \le -0{,}23) = \Phi(-0{,}23) \approx 0{,}409$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(-3 \mid 5 \mid 2) \cdot (1 \mid -4 \mid -1) = -25$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $h'(x) = -0{,}08x + 0{,}4 = 0 \Rightarrow x = 5, \quad h(5) = 3 \Rightarrow (5 \mid 3)$

2) $h(7) - 1{,}55 = 2{,}84 - 1{,}55 = 1{,}29$

3) $h(x) = 0 \Rightarrow x \approx 13{,}66\,\text{m}$ (die negative Lösung passt nicht)

4) $\tan\alpha = |h'(13{,}66)| \approx 0{,}693 \Rightarrow \alpha \approx 34{,}72^\circ$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $P(X < 492{,}5) = \Phi\left(\frac{492{,}5 - 500}{5}\right) = \Phi(-1{,}5) \approx 0{,}067$

2) $P(495 \le X \le 505) = 2\,\Phi(1) - 1 \approx 0{,}683$

3) $1000 \cdot 0{,}0668 \approx 67$

4) $P(X \ge c) = 0{,}05 \Rightarrow \Phi\left(\frac{c - 500}{5}\right) = 0{,}95 \Rightarrow \frac{c - 500}{5} \approx 1{,}645 \Rightarrow c \approx 508{,}2\,\text{ml}$

5) $\Phi\left(\frac{-7{,}5}{\sigma}\right) = 0{,}01 \Rightarrow \frac{7{,}5}{\sigma} \approx 2{,}326 \Rightarrow \sigma \approx 3{,}22\,\text{ml}$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 48 \\ 32 \\ 96 \end{pmatrix}$, $A = \frac{1}{2}\sqrt{12544} \approx 56\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{96}{\sqrt{12544}} \Rightarrow \alpha \approx 31^\circ$

3) $\frac{x}{8} + \frac{y}{12} + \frac{z}{4} = 1$ mit $x = 2,\ y = 3 \Rightarrow S(2 \mid 3 \mid 2)$

4) $d = \frac{|48 \cdot 0 + 32 \cdot 0 + 96 \cdot 0 - 384|}{\sqrt{12544}} \approx 3{,}43\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0