Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -\frac{1}{4}x^4 - \frac{5}{x}$ _____

2) $f(x) = \frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{x^2}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^3 (x^2 - 3)\,dx =$ _____

2) $\int_0^1 (-6x - 2)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(-2\,|\,-22)$, $P_2(0\,|\,-6)$, $P_3(3\,|\,3)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq -0{,}18)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(-6 \mid 2 \mid 6) \cdot (-6 \mid -6 \mid -5) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 1$. Ihr Graph heißt G. Diese Aufgabe ist ohne Taschenrechner lösbar. Tipp: Extrempunkte: $f'(x) = 0$ lösen und mit f'' prüfen. Wendepunkt: $f''(x) = 0$. Die Wendetangente hat die Steigung $m = f'(x_W)$.

1) Schnittpunkt von G mit der y-Achse (1 P.) _____

2) Hoch- und Tiefpunkt von G (Schreibweise: H(…|…); T(…|…)) (4 P.) _____

3) Wendepunkt von G (2 P.) _____

4) Gleichung der Wendetangente (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

In einer Stadt fahren 30 % der Berufstätigen mit dem Rad zur Arbeit (Ereignis R). Von den Radfahrern nutzen 35 % ein E-Bike (Ereignis E). Von denen, die nicht mit dem Rad fahren, besitzen trotzdem 10 % ein E-Bike. Eine berufstätige Person wird zufällig ausgewählt. Tipp: Trage alles in eine Vierfeldertafel ein. Die Zeilen- und Spaltensummen helfen bei P(E).

1) $P(R \cap E)$ (2 P.) _____

2) $P(E)$ (2 P.) _____

3) Die Person hat ein E-Bike. Mit welcher Wahrscheinlichkeit fährt sie mit dem Rad zur Arbeit? (3 Stellen) (3 P.) _____

4) $P(\overline{R} \cap \overline{E})$ (1 P.) _____

5) Sind R und E stochastisch unabhängig? (ja/nein) (2 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein Zelt hat die Form einer Pyramide mit quadratischem Boden ABCD und Spitze S: A(0|0|0), B(8|0|0), C(8|8|0), D(0|8|0) und S(4|4|4). Eine Längeneinheit ist 1 m. Tipp: Eine Kante ist ein Vektor – ihre Länge ist sein Betrag.

1) Wie lang ist die Kante $\overline{AS}$? (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

2) Wie groß ist das Volumen des Zelts? (2 P.) _____

3) Neigungswinkel der Kante *AS* gegen den Boden (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

4) Mittelpunkt *M* der Kante *BS* (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -x^3 + \frac{5}{x^2}$

2) $f'(x) = \frac{3}{2}x + \frac{2}{x^3}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_0^3 (x^2 - 3)dx = 0$

2) $\int_0^1 (-6x - 2)dx = -5$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = -x^2 + 6x - 6$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \geq -0{,}18) = 1 - \Phi(-0{,}18) \approx 0{,}5714$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(-6 \mid 2 \mid 6) \cdot (-6 \mid -6 \mid -5) = -6$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $f(0) = 1 \Rightarrow S_y(0 \mid 1)$

2) $f'(x) = -3x^2 - 6x = -3(x + 2)x = 0, \quad f''(0) < 0,\ f''(-2) > 0 \Rightarrow H(0 \mid 1),\ T(-2 \mid -3)$

3) $f''(x) = -6x - 6 = 0 \Rightarrow W(-1 \mid -1)$

4) $m = f'(-1) = 3 \Rightarrow t(x) = 3x + 2$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $0{,}3 \cdot 0{,}35 = 0{,}105$

2) $0{,}105 + 0{,}7 \cdot 0{,}1 = 0{,}175$

3) $P_E(R) = \frac{P(R \cap E)}{P(E)} = \frac{0{,}105}{0{,}175} \approx 0{,}6$

4) $0{,}7 \cdot 0{,}9 = 0{,}63$

5) $P(R) \cdot P(E) = 0{,}3 \cdot 0{,}175 = 0{,}0525 \neq 0{,}105 = P(R \cap E) \Rightarrow$ nein

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\overrightarrow{AS}| = \sqrt{4^2 + 4^2 + 4^2} = \sqrt{48} \approx 6{,}93\,\text{m}$

2) $V = \frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 4 = 85{,}33\,\text{m}^3$

3) $\sin\alpha = \frac{4}{\sqrt{48}} \Rightarrow \alpha \approx 35{,}26^\circ$

4) $M\left(\frac{8+4}{2} \mid \frac{0+4}{2} \mid \frac{0+4}{2}\right) = M(6 \mid 2 \mid 2)$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0