Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -\frac{6}{x} + \frac{1}{5}x^2$ _____

2) $f(x) = \frac{6}{x} + \frac{5}{3}x^4$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_1^3 (-5x^2 - 6)\,dx =$ _____

2) $\int_1^2 (-4x - 3)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $H(-2\,|\,-5)$, $P(0\,|\,-13)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq -1{,}99)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(-4 \mid -2 \mid -2) \cdot (-4 \mid -4 \mid 2) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

In ein leeres Becken läuft Wasser. Die Zuflussrate in Litern pro Minute beträgt $r(t) = 0{,}5 \cdot t \cdot (6 - t)$ für $0 <= t <= 6$ (t in Minuten). Danach wird der Zufluss geschlossen. Tipp: Die Zuflussrate sagt, wie schnell Wasser kommt. Wie viel Wasser insgesamt gekommen ist, liefert das Integral.

1) Wie groß ist die Zuflussrate nach 2 Minuten? (2 P.) _____

2) Zu welchem Zeitpunkt fließt am meisten Wasser zu? (3 P.) _____

3) Wie groß ist die größte Zuflussrate? (2 P.) _____

4) Wie viele Liter sind nach 6 Minuten im Becken? (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

In einer Stadt fahren 50 % der Berufstätigen mit dem Rad zur Arbeit (Ereignis R). Von den Radfahrern nutzen 25 % ein E-Bike (Ereignis E). Von denen, die nicht mit dem Rad fahren, besitzen trotzdem 15 % ein E-Bike. Eine berufstätige Person wird zufällig ausgewählt. Tipp: Trage alles in eine Vierfeldertafel ein. Die Zeilen- und Spaltensummen helfen bei P(E).

1) $P(R \cap E)$ (2 P.) _____

2) $P(E)$ (2 P.) _____

3) Die Person hat ein E-Bike. Mit welcher Wahrscheinlichkeit fährt sie mit dem Rad zur Arbeit? (3 Stellen) (3 P.) _____

4) $P(\overline{R} \cap \overline{E})$ (1 P.) _____

5) Sind R und E stochastisch unabhängig? (ja/nein) (2 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(12|0|0), B(0|4|0) und C(0|0|4) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(6|1|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = \frac{6}{x^2} + \frac{2}{5}x$

2) $f'(x) = -\frac{6}{x^2} + \frac{20}{3}x^3$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_1^3 (-5x^2 - 6)\,dx = -\frac{166}{3}$

2) $\int_1^2 (-4x - 3)\,dx = -9$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = -2x^2 - 8x - 13$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \geq -1{,}99) = 1 - \Phi(-1{,}99) \approx 0{,}9767$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(-4 \mid -2 \mid -2) \cdot (-4 \mid -4 \mid 2) = 20$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $r(2) = 4\,\frac{\text{l}}{\text{min}}$

2) $r'(t) = 0{,}5 \cdot (6 - 2t) = 0 \;\Rightarrow\; t = 3\,\text{min}$

3) $r(3) = 4{,}5\,\frac{\text{l}}{\text{min}}$

4) $\int_0^6 r(t)\,dt = 0{,}5 \cdot \left[6\frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{3}\right]_0^6 = 18\,\text{l}$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $0{,}5 \cdot 0{,}25 = 0{,}125$

2) $0{,}125 + 0{,}5 \cdot 0{,}15 = 0{,}2$

3) $P_E(R) = \frac{P(R \cap E)}{P(E)} = \frac{0{,}125}{0{,}2} \approx 0{,}625$

4) $0{,}5 \cdot 0{,}85 = 0{,}425$

5) $P(R) \cdot P(E) = 0{,}5 \cdot 0{,}2 = 0{,}1 \neq 0{,}125 = P(R \cap E) \;\Rightarrow$ nein

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 16 \\ 48 \\ 48 \end{pmatrix}$, $A = \frac{1}{2}\sqrt{4864} \approx 34{,}87\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{48}{\sqrt{4864}} \Rightarrow \alpha \approx 46{,}51^\circ$

3) $\frac{x}{12} + \frac{y}{4} + \frac{z}{4} = 1$ mit $x = 6,\ y = 1 \Rightarrow S(6 \mid 1 \mid 1)$

4) $d = \frac{|16 \cdot 0 + 48 \cdot 0 + 48 \cdot 0 - 192|}{\sqrt{4864}} \approx 2{,}75\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0