Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \frac{1}{2}x^4 + 5\sqrt{x}$ _____

2) $f(x) = \frac{3}{5}x^2 + \frac{6}{x}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^2 (-3x^2 + 4x + 1)\,dx =$ _____

2) $\int_2^5 (-x + 5)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(-2\,|\,0)$, $P_2(-1\,|\,-2)$, $P_3(2\,|\,16)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \le 0{,}45)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(6 \mid -5 \mid -3) \cdot (0 \mid 6 \mid -4) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Ein Federball wird geschlagen. Seine Flugbahn beschreibt $h(x) = -0{,}08x^2 + 0{,}48x + 1{,}5$. Dabei ist x die waagerechte Entfernung vom Abschlagpunkt und h(x) die Höhe über dem Boden (beides in Metern). Das Netz ist 1,55 m hoch und steht bei x = 5. Tipp: Der Auftreffwinkel ist der Winkel zwischen Flugbahn und Boden. Du bekommst ihn über die Steigung: tan(alpha) = |h´(x)|.

1) Höchster Punkt der Flugbahn (x und Höhe) (3 P.) _____

2) Wie hoch fliegt der Ball über das Netz hinweg? (in m, 2 Stellen) (2 P.) _____

3) In welcher Entfernung trifft der Ball auf den Boden? (2 Stellen) (3 P.) _____

4) Unter welchem Winkel trifft der Ball auf? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Eine Anlage füllt Saft in Flaschen. Die Füllmenge X (in ml) ist normalverteilt mit dem Erwartungswert my = 1000 ml und der Standardabweichung sigma = 8 ml. Tipp: Standardisiere mit z = (x – my) : sigma und lies ?(z) in der Tabelle oder mit dem Taschenrechner ab. Für „mehr als“ rechnest Du 1 – ?(z). Werte aus der Tabelle dürfen etwas abweichen.

1) Wahrscheinlichkeit, dass eine Flasche weniger als 984 ml enthält (3 Stellen) (2 P.) _____

2) Wahrscheinlichkeit, dass die Füllmenge höchstens 8 ml von μ abweicht (3 Stellen) (2 P.) _____

3) Wie viele von 5000 Flaschen enthalten voraussichtlich weniger als 984 ml? (ganze Zahl) (2 P.) _____

4) Ab welcher Füllmenge gehört eine Flasche zu den 5\,\% vollsten? (1 Stelle) (2 P.) _____

5) Auf welchen Wert muss σ sinken, damit nur 1\,\% der Flaschen weniger als 984 ml enthalten? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(8|0|0), B(0|4|0) und C(0|0|4) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(4|1|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = 2x^3 + \frac{5}{2\sqrt{x}}$

2) $f'(x) = \frac{6}{5}x - \frac{6}{x^2}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_0^2 (-3x^2 + 4x + 1)dx = 2$

2) $\int_2^5 (-x + 5)dx = \frac{9}{2}$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = 2x^2 + 4x$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \le 0{,}45) = \Phi(0{,}45) \approx 0{,}6736$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(6 \mid -5 \mid -3) \cdot (0 \mid 6 \mid -4) = -18$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $h'(x) = -0{,}16x + 0{,}48 = 0 \Rightarrow x = 3, \quad h(3) = 2{,}22 \Rightarrow (3 \mid 2{,}22)$

2) $h(5) - 1{,}55 = 1{,}9 - 1{,}55 = 0{,}35$

3) $h(x) = 0 \Rightarrow x \approx 8{,}27\,\text{m}$ (die negative Lösung passt nicht)

4) $\tan\alpha = |h'(8{,}27)| \approx 0{,}843 \Rightarrow \alpha \approx 40{,}13^\circ$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $P(X < 984) = \Phi\left(\frac{984 - 1000}{8}\right) = \Phi(-2) \approx 0{,}023$

2) $P(992 \le X \le 1008) = 2\,\Phi(1) - 1 \approx 0{,}683$

3) $5000 \cdot 0{,}0228 \approx 114$

4) $P(X \ge c) = 0{,}05 \Rightarrow \Phi\left(\frac{c - 1000}{8}\right) = 0{,}95 \Rightarrow \frac{c - 1000}{8} \approx 1{,}645 \Rightarrow c \approx 1013{,}2\,\text{ml}$

5) $\Phi\left(\frac{-16}{\sigma}\right) = 0{,}01 \Rightarrow \frac{16}{\sigma} \approx 2{,}326 \Rightarrow \sigma \approx 6{,}88\,\text{ml}$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 16 \\ 32 \\ 32 \end{pmatrix}$, $A = \frac{1}{2}\sqrt{2304} \approx 24\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{32}{\sqrt{2304}} \Rightarrow \alpha \approx 48{,}19^\circ$

3) $\frac{x}{8} + \frac{y}{4} + \frac{z}{4} = 1$ mit $x = 4,\ y = 1 \Rightarrow S(4 \mid 1 \mid 1)$

4) $d = \frac{|16 \cdot 0 + 32 \cdot 0 + 32 \cdot 0 - 128|}{\sqrt{2304}} \approx 2{,}67\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0