Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -\frac{1}{2}x^4 + \frac{5}{x^3}$ _____

2) $f(x) = x^2 + \frac{4}{x}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^3 (2x + 4)\,dx =$ _____

2) $\int_0^2 (-x^2 - x - 6)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(-2\,|\,-6)$, $P_2(-1\,|\,-12)$, $P_3(2\,|\,-54)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq -0{,}71)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(0 \mid -5 \mid 1) \cdot (5 \mid -3 \mid 5) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = -x^3 - 3x^2 - 2$. Ihr Graph heißt G. Diese Aufgabe ist ohne Taschenrechner lösbar. Tipp: Extrempunkte: $f'(x) = 0$ lösen und mit f'' prüfen. Wendepunkt: $f''(x) = 0$. Die Wendetangente hat die Steigung $m = f'(x_W)$.

1) Schnittpunkt von G mit der y-Achse (1 P.) _____

2) Hoch- und Tiefpunkt von G (Schreibweise: H(…|…); T(…|…)) (4 P.) _____

3) Wendepunkt von G (2 P.) _____

4) Gleichung der Wendetangente (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Die Bürgermeisterin behauptet: Mindestens 50 % der Bürger sind für den neuen Radweg. Eine Zeitung befragt 50 zufällig ausgewählte Bürger. X ist die Anzahl der Befürworter. Getestet wird H0: p >= 0,5 auf dem Signifikanzniveau 5 %. Sind es auffällig wenige Befürworter, wird H0 abgelehnt. Tipp: Rechne mit p = 0,5 und suche das größte k mit P(X <= k) <= 0,05. Beim Fehler 2. Art behält man H0, obwohl sie falsch ist.

1) Erwartungswert von X, wenn die Bürgermeisterin genau recht hat (1 P.) _____

2) Bis zu wie vielen Befürwortern wird H_0 abgelehnt? (4 P.) _____

3) Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art (4 Stellen) (2 P.) _____

4) In Wahrheit sind nur 40\,\% dafür. Wie groß ist der Fehler 2. Art? (4 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(4|0|0), B(0|12|0) und C(0|0|8) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(1|3|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -2x^3 - \frac{15}{x^4}$

2) $f'(x) = 2x - \frac{4}{x^2}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_0^3 (2x + 4)dx = 21$

2) $\int_0^2 (-x^2 - x - 6)dx = -\frac{50}{3}$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = -2x^2 - 12x - 22$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \geq -0{,}71) = 1 - \Phi(-0{,}71) \approx 0{,}7611$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(0 \mid -5 \mid 1) \cdot (5 \mid -3 \mid 5) = 20$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $f(0) = -2 \Rightarrow S_y(0 \mid -2)$

2) $f'(x) = -3x^2 - 6x = -3(x + 2)x = 0, \quad f''(0) < 0,\ f''(-2) > 0 \Rightarrow H(0 \mid -2),\ T(-2 \mid -6)$

3) $f''(x) = -6x - 6 = 0 \Rightarrow W(-1 \mid -4)$

4) $m = f'(-1) = 3 \Rightarrow t(x) = 3x - 1$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $E(X) = 50 \cdot 0{,}5 = 25$

2) $P(X \leq 18) \approx 0{,}0325 \leq 0{,}05, \quad P(X \leq 19) \approx 0{,}0595 > 0{,}05 \Rightarrow \overline{A} = \{0, \ldots, 18\}$

3) $\alpha = P(X \leq 18) \approx 0{,}0325$

4) $\beta = P_{p=0{,}4}(X \geq 19) = 1 - P(X \leq 18) \approx 0{,}6644$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 96 \\ 32 \\ 48 \end{pmatrix}$, $A = \frac{1}{2}\sqrt{12544} \approx 56\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{48}{\sqrt{12544}} \Rightarrow \alpha \approx 64{,}62^\circ$

3) $\frac{x}{4} + \frac{y}{12} + \frac{z}{8} = 1$ mit $x = 1,\ y = 3 \Rightarrow S(1 \mid 3 \mid 4)$

4) $d = \frac{|96 \cdot 0 + 32 \cdot 0 + 48 \cdot 0 - 384|}{\sqrt{12544}} \approx 3{,}43\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0