Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \frac{5}{x} + \frac{2}{3}x^3$ _____

2) $f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{5}{3}x^2$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^2 (-3x^2)\,dx =$ _____

2) $\int_0^3 (-5x^2 - 5x + 4)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $T(3\,|\,-5)$, $P(4\,|\,-3)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \le 1{,}45)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(1 \mid 4 \mid -1) \cdot (-2 \mid -5 \mid 5) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Ein Federball wird geschlagen. Seine Flugbahn beschreibt $h(x) = -0{,}04x^2 + 0{,}4x + 2$. Dabei ist x die waagerechte Entfernung vom Abschlagpunkt und h(x) die Höhe über dem Boden (beides in Metern). Das Netz ist 1,55 m hoch und steht bei x = 7. Tipp: Der Auftreffwinkel ist der Winkel zwischen Flugbahn und Boden. Du bekommst ihn über die Steigung: tan(alpha) = |h´(x)|.

1) Höchster Punkt der Flugbahn (x und Höhe) (3 P.) _____

2) Wie hoch fliegt der Ball über das Netz hinweg? (in m, 2 Stellen) (2 P.) _____

3) In welcher Entfernung trifft der Ball auf den Boden? (2 Stellen) (3 P.) _____

4) Unter welchem Winkel trifft der Ball auf? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Ein Glücksrad bleibt mit der Wahrscheinlichkeit 0,25 auf „Gewinn“ stehen. Es wird 10-mal gedreht. Die Zufallsgröße X zählt, wie oft „Gewinn“ kommt. Weil sich die Wahrscheinlichkeit bei jedem Drehen nicht ändert, ist X binomialverteilt mit n = 10 und p = 0,25. Tipp: „mindestens einmal“ rechnest Du am leichtesten über das Gegenereignis „keinmal“.

1) Berechne $P(X = 3)$ (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

2) Berechne den Erwartungswert $E(X)$. (2 P.) _____

3) Berechne $P(X \geq 1)$ (auf 4 Stellen runden). (2 P.) _____

4) Wie oft muss man mindestens drehen, damit $P(X \geq 1) \geq 0{,}9$ gilt? (3 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(12|0|0), B(0|4|0) und C(0|0|12) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(6|1|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -\frac{5}{x^2} + 2x^2$

2) $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{10}{3}x$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_0^2 (-3x^2)\,dx = -8$

2) $\int_0^3 (-5x^2 - 5x + 4)\,dx = -\frac{111}{2}$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = 2x^2 - 12x + 13$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \le 1{,}45) = \Phi(1{,}45) \approx 0{,}9265$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(1 \mid 4 \mid -1) \cdot (-2 \mid -5 \mid 5) = -27$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $h'(x) = -0{,}08x + 0{,}4 = 0 \Rightarrow x = 5, \quad h(5) = 3 \Rightarrow (5 \mid 3)$

2) $h(7) - 1{,}55 = 2{,}84 - 1{,}55 = 1{,}29$

3) $h(x) = 0 \Rightarrow x \approx 13{,}66\,\text{m}$ (die negative Lösung passt nicht)

4) $\tan\alpha = |h'(13{,}66)| \approx 0{,}693 \Rightarrow \alpha \approx 34{,}72^\circ$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $P(X = 3) = \binom{10}{3} \cdot 0{,}25^3 \cdot 0{,}75^7 \approx 0{,}2503$

2) $E(X) = n \cdot p = 10 \cdot 0{,}25 = 2{,}5$

3) $P(X \ge 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0{,}75^{10} \approx 0{,}9437$

4) $1 - 0{,}75^m \ge 0{,}9 \Rightarrow m \ge \frac{\ln 0{,}1}{\ln 0{,}75} \approx 8{,}004 \Rightarrow m = 9$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 48 \\ 144 \\ 48 \end{pmatrix}, \quad A = \frac{1}{2}\sqrt{25344} \approx 79{,}6\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{48}{\sqrt{25344}} \Rightarrow \alpha \approx 72{,}45^\circ$

3) $\frac{x}{12} + \frac{y}{4} + \frac{z}{12} = 1$ mit $x = 6,\ y = 1 \Rightarrow S(6 \mid 1 \mid 3)$

4) $d = \frac{|48 \cdot 0 + 144 \cdot 0 + 48 \cdot 0 - 576|}{\sqrt{25344}} \approx 3{,}62\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0