Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \frac{5}{4}x^4 - \frac{2}{x}$ _____

2) $f(x) = -2x^2 + \frac{5}{x^2}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_1^4 (-6x^2 - x)\,dx =$ _____

2) $\int_2^5 (3x)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $T(3\,|\,3)$, $P(4\,|\,5)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \le -1{,}73)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) (–3 | –4 | 3) · (6 | –6 | –2) = _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Ein Patient nimmt eine Tablette. Die Konzentration des Wirkstoffs im Blut (in mg pro Liter) beschreibt f(t) = 8 · t · e^(–0,25t), t in Stunden nach der Einnahme. Die Ableitung ist f´(t) = 8 · e^(–0,25t) · (1 – 0,25t). Tipp: Wo die Konzentration am stärksten abnimmt, hat der Graph seinen Wendepunkt (f´´(t) = 0).

1) Konzentration nach 1 Stunde (auf 2 Stellen runden) (2 P.) _____

2) Nach wie vielen Stunden ist die Konzentration am größten? (3 P.) _____

3) Wie groß ist die höchste Konzentration? (auf 2 Stellen runden) (2 P.) _____

4) Wann nimmt die Konzentration am stärksten ab? (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Ein Glücksrad bleibt mit der Wahrscheinlichkeit 0,25 auf „Gewinn“ stehen. Es wird 8-mal gedreht. Die Zufallsgröße X zählt, wie oft „Gewinn“ kommt. Weil sich die Wahrscheinlichkeit bei jedem Drehen nicht ändert, ist X binomialverteilt mit n = 8 und p = 0,25. Tipp: „mindestens einmal“ rechnest Du am leichtesten über das Gegenereignis „keinmal“.

1) Berechne $P(X = 2)$ (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

2) Berechne den Erwartungswert $E(X)$. (2 P.) _____

3) Berechne $P(X \geq 1)$ (auf 4 Stellen runden). (2 P.) _____

4) Wie oft muss man mindestens drehen, damit $P(X \geq 1) \geq 0{,}9$ gilt? (3 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(4|0|0), B(0|12|0) und C(0|0|8) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(2|3|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = 5x^3 + \frac{2}{x^2}$

2) $f'(x) = -4x - \frac{10}{x^3}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_1^4 (-6x^2 - x)dx = -\frac{267}{2}$

2) $\int_2^5 (3x)dx = \frac{63}{2}$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = 2x^2 - 12x + 21$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \le -1{,}73) = \Phi(-1{,}73) \approx 0{,}0418$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(-3 \mid -4 \mid 3) \cdot (6 \mid -6 \mid -2) = 0$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $f(1) = 8 \cdot e^{-0{,}25} \approx 6{,}23 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$

2) $f'(t) = 0 \Rightarrow 1 - 0{,}25t = 0 \Rightarrow t = 4\,\text{h}$

3) $f(4) = 32 \cdot e^{-1} \approx 11{,}77 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$

4) $f'(t) = 8 \cdot e^{-0{,}25t} \cdot (0{,}0625t - 0{,}5) = 0 \Rightarrow t = 8\,\text{h}$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $P(X = 2) = \binom{8}{2} \cdot 0{,}25^2 \cdot 0{,}75^6 \approx 0{,}3115$

2) $E(X) = n \cdot p = 8 \cdot 0{,}25 = 2$

3) $P(X \ge 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0{,}75^8 \approx 0{,}8999$

4) $1 - 0{,}75^m \ge 0{,}9 \Rightarrow m \ge \frac{\ln 0{,}1}{\ln 0{,}75} \approx 8{,}004 \Rightarrow m = 9$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 96 \\ 32 \\ 48 \end{pmatrix}$, $A = \frac{1}{2}\sqrt{12544} \approx 56\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{48}{\sqrt{12544}} \Rightarrow \alpha \approx 64{,}62^\circ$

3) $\frac{x}{4} + \frac{y}{12} + \frac{z}{8} = 1$ mit $x = 2,\ y = 3 \Rightarrow S(2 \mid 3 \mid 2)$

4) $d = \frac{|96 \cdot 0 + 32 \cdot 0 + 48 \cdot 0 - 384|}{\sqrt{12544}} \approx 3{,}43\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0