Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -\sqrt{x} + \frac{3}{2}x^4$ _____

2) $f(x) = -\frac{3}{x} + x^2$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_2^4 (-6x^2 - x - 4)\,dx =$ _____

2) $\int_1^2 (4x^2 - 3x + 3)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(-2\,|\,52)$, $P_2(1\,|\,10)$, $P_3(3\,|\,2)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \le 2{,}08)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(-4 \mid -4 \mid -4) \cdot (3 \mid 0 \mid 5) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = -x^3 + 6x^2 + 2$. Ihr Graph heißt G. Diese Aufgabe ist ohne Taschenrechner lösbar. Tipp: Extrempunkte: $f'(x) = 0$ lösen und mit f'' prüfen. Wendepunkt: $f''(x) = 0$. Die Wendetangente hat die Steigung $m = f'(x_W)$.

1) Schnittpunkt von G mit der y-Achse (1 P.) _____

2) Hoch- und Tiefpunkt von G (Schreibweise: H(…|…); T(…|…)) (4 P.) _____

3) Wendepunkt von G (2 P.) _____

4) Gleichung der Wendetangente (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Eine Anlage füllt Saft in Flaschen. Die Füllmenge X (in ml) ist normalverteilt mit dem Erwartungswert my = 1000 ml und der Standardabweichung sigma = 4 ml. Tipp: Standardisiere mit z = (x – my) : sigma und lies ?(z) in der Tabelle oder mit dem Taschenrechner ab. Für „mehr als“ rechnest Du 1 – ?(z). Werte aus der Tabelle dürfen etwas abweichen.

1) Wahrscheinlichkeit, dass eine Flasche weniger als 992 ml enthält (3 Stellen) (2 P.) _____

2) Wahrscheinlichkeit, dass die Füllmenge höchstens 6 ml von μ abweicht (3 Stellen) (2 P.) _____

3) Wie viele von 2000 Flaschen enthalten voraussichtlich weniger als 992 ml? (ganze Zahl) (2 P.) _____

4) Ab welcher Füllmenge gehört eine Flasche zu den 5\,\% vollsten? (1 Stelle) (2 P.) _____

5) Auf welchen Wert muss σ sinken, damit nur 1\,\% der Flaschen weniger als 992 ml enthalten? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein Zelt hat die Form einer Pyramide mit quadratischem Boden ABCD und Spitze S: A(0|0|0), B(8|0|0), C(8|8|0), D(0|8|0) und S(4|4|4). Eine Längeneinheit ist 1 m. Tipp: Eine Kante ist ein Vektor – ihre Länge ist sein Betrag.

1) Wie lang ist die Kante $\overline{AS}$? (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

2) Wie groß ist das Volumen des Zelts? (2 P.) _____

3) Neigungswinkel der Kante *AS* gegen den Boden (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

4) Mittelpunkt *M* der Kante *BS* (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{x}} + 6x^3$

2) $f'(x) = \frac{3}{x^2} + 2x$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_2^4 (-6x^2 - x - 4)\,dx = -126$

2) $\int_1^2 (4x^2 - 3x + 3)\,dx = \frac{47}{6}$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = 2x^2 - 12x + 20$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \le 2{,}08) = \Phi(2{,}08) \approx 0{,}9812$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(-4 \mid -4 \mid -4) \cdot (3 \mid 0 \mid 5) = -32$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $f(0) = 2 \Rightarrow S_y(0 \mid 2)$

2) $f'(x) = -3x^2 + 12x = -3x \cdot (x - 4) = 0, \quad f''(4) < 0,\ f''(0) > 0 \Rightarrow H(4 \mid 34),\ T(0 \mid 2)$

3) $f''(x) = -6x + 12 = 0 \Rightarrow W(2 \mid 18)$

4) $m = f'(2) = 12 \Rightarrow t(x) = 12x - 6$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $P(X < 992) = \Phi\left(\frac{992 - 1000}{4}\right) = \Phi(-2) \approx 0{,}023$

2) $P(994 \le X \le 1006) = 2\,\Phi(1{,}5) - 1 \approx 0{,}866$

3) $2000 \cdot 0{,}0228 \approx 46$

4) $P(X \ge c) = 0{,}05 \Rightarrow \Phi\left(\frac{c - 1000}{4}\right) = 0{,}95 \Rightarrow \frac{c - 1000}{4} \approx 1{,}645 \Rightarrow c \approx 1006{,}6\,\text{ml}$

5) $\Phi\left(\frac{-8}{\sigma}\right) = 0{,}01 \Rightarrow \frac{8}{\sigma} \approx 2{,}326 \Rightarrow \sigma \approx 3{,}44\,\text{ml}$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\overrightarrow{AS}| = \sqrt{4^2 + 4^2 + 4^2} = \sqrt{48} \approx 6{,}93\,\text{m}$

2) $V = \frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 4 = 85{,}33\,\text{m}^3$

3) $\sin\alpha = \frac{4}{\sqrt{48}} \Rightarrow \alpha \approx 35{,}26^\circ$

4) $M\left(\frac{8+4}{2} \mid \frac{0+4}{2} \mid \frac{0+4}{2}\right) = M(6 \mid 2 \mid 2)$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0