# Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

## Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -\frac{1}{x} - \frac{2}{3}x^4$ _____

2) $f(x) = \frac{5}{3}x^3 - 2\sqrt{x}$ _____

## Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_2^4 (-6x + 3)\,dx =$ _____

2) $\int_0^2 (-4x - 5)\,dx =$ _____

## Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $H(2\,|\,1)$, $P(5\,|\,-8)$ _____

## Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \le -2{,}1)$ _____

## Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

**1)** $(2 \mid 2 \mid 4) \cdot (4 \mid 6 \mid -3) =$ _____

## Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Ein Ball wird vom Boden aus senkrecht nach oben geworfen. Seine Höhe über dem Boden (in Metern) nach t Sekunden beschreibt die Funktion $h(t) = -5t^2 + 25t$. Den Luftwiderstand lassen wir weg. Tipp: Die größte Höhe ist der Hochpunkt des Graphen – dort ist die Ableitung $h'(t) = 0$.

**1)** Wie hoch ist der Ball nach 1 Sekunde? (2 P.) _____

**2)** Nach wie vielen Sekunden ist der Ball am höchsten? (3 P.) _____

**3)** Wie groß ist die größte Höhe? (2 P.) _____

**4)** Wann landet der Ball? (in Sekunden, auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

## Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Eine Anlage füllt Saft in Flaschen. Die Füllmenge X (in ml) ist normalverteilt mit dem Erwartungswert my = 1000 ml und der Standardabweichung sigma = 5 ml. Tipp: Standardisiere mit z = (x – my) : sigma und lies ?(z) in der Tabelle oder mit dem Taschenrechner ab. Für „mehr als“ rechnest Du 1 – ?(z). Werte aus der Tabelle dürfen etwas abweichen.

**1)** Wahrscheinlichkeit, dass eine Flasche weniger als 992,5 ml enthält (3 Stellen) (2 P.) _____

**2)** Wahrscheinlichkeit, dass die Füllmenge höchstens 5 ml von μ abweicht (3 Stellen) (2 P.) _____

**3)** Wie viele von 2000 Flaschen enthalten voraussichtlich weniger als 992,5 ml? (ganze Zahl) (2 P.) _____

**4)** Ab welcher Füllmenge gehört eine Flasche zu den 5\,\% vollsten? (1 Stelle) (2 P.) _____

**5)** Auf welchen Wert muss σ sinken, damit nur 1\,\% der Flaschen weniger als 992,5 ml enthalten? (2 Stellen) (2 P.) _____

## Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein Zelt hat die Form einer Pyramide mit quadratischem Boden ABCD und Spitze S: A(0|0|0), B(4|0|0), C(4|4|0), D(0|4|0) und S(2|2|4). Eine Längeneinheit ist 1 m. Tipp: Eine Kante ist ein Vektor – ihre Länge ist sein Betrag.

**1)** Wie lang ist die Kante $\overline{AS}$? (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

**2)** Wie groß ist das Volumen des Zelts? (2 P.) _____

**3)** Neigungswinkel der Kante *AS* gegen den Boden (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

**4)** Mittelpunkt *M* der Kante *BS* (2 P.) _____

# Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

## Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

**1)** $f'(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{8}{3}x^3$

**2)** $f'(x) = 5x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}}$

## Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

**1)** $\int_2^4 (-6x + 3)dx = -30$

**2)** $\int_0^2 (-4x - 5)dx = -18$

## Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

**1)** $f(x) = -x^2 + 4x - 3$

## Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

**1)** $P(Z \le -2{,}1) = \Phi(-2{,}1) \approx 0{,}0179$

## Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

**1)** $(2 \mid 2 \mid 4) \cdot (4 \mid 6 \mid -3) = 8$

## Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

**1)** $h(1) = -5 + 25 = 20\,\text{m}$

**2)** $h'(t) = -10t + 25 = 0 \Rightarrow t = 2{,}5\,\text{s}$

**3)** $h(2{,}5) = 31{,}25\,\text{m}$

**4)** $-5t^2 + 25t = 0 \Rightarrow t = 5\,\text{s}$

## Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

**1)** $P(X < 992{,}5) = \Phi\left(\frac{992{,}5 - 1000}{5}\right) = \Phi(-1{,}5) \approx 0{,}067$

**2)** $P(995 \le X \le 1005) = 2\,\Phi(1) - 1 \approx 0{,}683$

**3)** $2000 \cdot 0{,}0668 \approx 134$

**4)** $P(X \ge c) = 0{,}05 \Rightarrow \Phi\left(\frac{c - 1000}{5}\right) = 0{,}95 \Rightarrow \frac{c - 1000}{5} \approx 1{,}645 \Rightarrow c \approx 1008{,}2\,\text{ml}$

**5)** $\Phi\left(\frac{-7{,}5}{\sigma}\right) = 0{,}01 \Rightarrow \frac{7{,}5}{\sigma} \approx 2{,}326 \Rightarrow \sigma \approx 3{,}22\,\text{ml}$

## Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

**1)** $|\overrightarrow{AS}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 4^2} = \sqrt{24} \approx 4{,}9\,\text{m}$

**2)** $V = \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 4 = 21{,}33\,\text{m}^3$

**3)** $\sin\alpha = \frac{4}{\sqrt{24}} \Rightarrow \alpha \approx 54{,}74^\circ$

**4)** $M\left(\frac{4+2}{2} \mid \frac{0+2}{2} \mid \frac{0+4}{2}\right) = M(3 \mid 1 \mid 2)$

**Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)**

| 15 P. | 14 P. | 13 P. | 12 P. | 11 P. | 10 P. | 9 P. | 8 P. | 7 P. | 6 P. | 5 P. | 4 P. | 3 P. | 2 P. | 1 P. | 0 P. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ab 50 | ab 47 | ab 45 | ab 42 | ab 39 | ab 37 | ab 34 | ab 32 | ab 29 | ab 26 | ab 24 | ab 21 | ab 18 | ab 15 | ab 11 | ab 0 |