Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -\frac{5}{3}x^3 + \frac{5}{x^2}$ _____

2) $f(x) = -\frac{2}{x^3} + x^3$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^2 (-4x + 1)\,dx =$ _____

2) $\int_1^4 (6x^2 + 6)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $T(3\,|\,4)$, $P(6\,|\,22)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \le -1{,}31)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(2 \mid -6 \mid -3) \cdot (4 \mid -5 \mid 2) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

In ein leeres Becken läuft Wasser. Die Zuflussrate in Litern pro Minute beträgt $r(t) = t \cdot (8 - t)$ für $0 <= t <= 8$ (t in Minuten). Danach wird der Zufluss geschlossen. Tipp: Die Zuflussrate sagt, wie schnell Wasser kommt. Wie viel Wasser insgesamt gekommen ist, liefert das Integral.

1) Wie groß ist die Zuflussrate nach 1 Minuten? (2 P.) _____

2) Zu welchem Zeitpunkt fließt am meisten Wasser zu? (3 P.) _____

3) Wie groß ist die größte Zuflussrate? (2 P.) _____

4) Wie viele Liter sind nach 8 Minuten im Becken? (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

In einer Stadt fahren 50 % der Berufstätigen mit dem Rad zur Arbeit (Ereignis R). Von den Radfahrern nutzen 20 % ein E-Bike (Ereignis E). Von denen, die nicht mit dem Rad fahren, besitzen trotzdem 10 % ein E-Bike. Eine berufstätige Person wird zufällig ausgewählt. Tipp: Trage alles in eine Vierfeldertafel ein. Die Zeilen- und Spaltensummen helfen bei P(E).

1) $P(R \cap E)$ (2 P.) _____

2) $P(E)$ (2 P.) _____

3) Die Person hat ein E-Bike. Mit welcher Wahrscheinlichkeit fährt sie mit dem Rad zur Arbeit? (3 Stellen) (3 P.) _____

4) $P(\overline{R} \cap \overline{E})$ (1 P.) _____

5) Sind R und E stochastisch unabhängig? (ja/nein) (2 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein Zelt hat die Form einer Pyramide mit quadratischem Boden ABCD und Spitze S: A(0|0|0), B(6|0|0), C(6|6|0), D(0|6|0) und S(3|3|4). Eine Längeneinheit ist 1 m. Tipp: Eine Kante ist ein Vektor – ihre Länge ist sein Betrag.

1) Wie lang ist die Kante $\overline{AS}$? (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

2) Wie groß ist das Volumen des Zelts? (2 P.) _____

3) Neigungswinkel der Kante *AS* gegen den Boden (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

4) Mittelpunkt *M* der Kante *BS* (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -5x^2 - \frac{10}{x^3}$

2) $f'(x) = \frac{6}{x^4} + 3x^2$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_0^2 (-4x + 1)dx = -6$

2) $\int_1^4 (6x^2 + 6)dx = 144$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = 2x^2 - 12x + 22$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \leq -1{,}31) = \Phi(-1{,}31) \approx 0{,}0951$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(2 \mid -6 \mid -3) \cdot (4 \mid -5 \mid 2) = 32$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $r(1) = 7\,\frac{\text{l}}{\text{min}}$

2) $r'(t) = (8 - 2t) = 0 \Rightarrow t = 4\,\text{min}$

3) $r(4) = 16\,\frac{\text{l}}{\text{min}}$

4) $\int_0^8 r(t)\,dt = \left[8\frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{3}\right]_0^8 = 85{,}33\,\text{l}$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $0{,}5 \cdot 0{,}2 = 0{,}1$

2) $0{,}1 + 0{,}5 \cdot 0{,}1 = 0{,}15$

3) $P_E(R) = \frac{P(R \cap E)}{P(E)} = \frac{0{,}1}{0{,}15} \approx 0{,}667$

4) $0{,}5 \cdot 0{,}9 = 0{,}45$

5) $P(R) \cdot P(E) = 0{,}5 \cdot 0{,}15 = 0{,}075 \neq 0{,}1 = P(R \cap E) \Rightarrow$ nein

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\overrightarrow{AS}| = \sqrt{3^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{34} \approx 5{,}83\,\text{m}$

2) $V = \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 4 = 48\,\text{m}^3$

3) $\sin\alpha = \frac{4}{\sqrt{34}} \Rightarrow \alpha \approx 43{,}31^\circ$

4) $M\left(\frac{6+3}{2} \mid \frac{0+3}{2} \mid \frac{0+4}{2}\right) = M(4{,}5 \mid 1{,}5 \mid 2)$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0