Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -\frac{2}{x^2} - \frac{3}{5}x^2$ _____

2) $f(x) = \frac{5}{2}x^4 - \frac{3}{x^2}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^3 (-5x^2 - 5x - 6)\,dx =$ _____

2) $\int_0^3 (5x^2 - 2x + 4)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $H(-2\,|\,-4)$, $P(-3\,|\,-6)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \le -0{,}04)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) (–1 | 1 | –3) · (–3 | –6 | 1) = _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Gegeben ist f(x) = (x + 1) · e^(–x). Es gilt f´(x) = –x · e^(–x) und f´´(x) = (x – 1) · e^(–x). Eine Stammfunktion ist F(x) = –(x + 2) · e^(–x). Tipp: e^(–x) ist nie 0 – eine Gleichung wie (…) · e^(–x) = 0 löst Du, indem Du nur die Klammer gleich 0 setzt.

1) Nullstelle von f (1 P.) _____

2) Hochpunkt (y-Wert auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

3) Wendepunkt (y-Wert auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

4) Fläche zwischen G und der x-Achse für $-1 \le x \le 0$ (2 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

In einer Stadt fahren 40 % der Berufstätigen mit dem Rad zur Arbeit (Ereignis R). Von den Radfahrern nutzen 35 % ein E-Bike (Ereignis E). Von denen, die nicht mit dem Rad fahren, besitzen trotzdem 5 % ein E-Bike. Eine berufstätige Person wird zufällig ausgewählt. Tipp: Trage alles in eine Vierfeldertafel ein. Die Zeilen- und Spaltensummen helfen bei P(E).

1) $P(R \cap E)$ (2 P.) _____

2) $P(E)$ (2 P.) _____

3) Die Person hat ein E-Bike. Mit welcher Wahrscheinlichkeit fährt sie mit dem Rad zur Arbeit? (3 Stellen) (3 P.) _____

4) $P(\overline{R} \cap \overline{E})$ (1 P.) _____

5) Sind R und E stochastisch unabhängig? (ja/nein) (2 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|3) + t · (12|4|3), die von Flugzeug F2 ist (50|-4|8) + t · (-5|4|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

1) Geschwindigkeit von F_1 in km/h (2 P.) _____

2) Steigungswinkel von F_1 gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Wo ist F_1 nach 5 Minuten? (2 P.) _____

4) Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

5) Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = \frac{4}{x^3} - \frac{6}{5}x$

2) $f'(x) = 10x^3 + \frac{6}{x^3}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_0^3 (-5x^2 - 5x - 6)\,dx = -\frac{171}{2}$

2) $\int_0^3 (5x^2 - 2x + 4)\,dx = 48$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = -2x^2 - 8x - 12$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \le -0{,}04) = \Phi(-0{,}04) \approx 0{,}484$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(-1 \mid 1 \mid -3) \cdot (-3 \mid -6 \mid 1) = -6$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $(x + 1) \cdot e^{-x} = 0 \Rightarrow x = -1$

2) $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0, \quad f(0) = e^0 \approx 1 \Rightarrow H(0 \mid 1)$

3) $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1, \quad f(1) = 2e^{-1} \approx 0{,}74 \Rightarrow W(1 \mid 0{,}74)$

4) $A = \int_{-1}^{0} f(x)\,dx = F(0) - F(-1) = -2 + e^1 \approx 0{,}72$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $0{,}4 \cdot 0{,}35 = 0{,}14$

2) $0{,}14 + 0{,}6 \cdot 0{,}05 = 0{,}17$

3) $P_E(R) = \frac{P(R \cap E)}{P(E)} = \frac{0{,}14}{0{,}17} \approx 0{,}824$

4) $0{,}6 \cdot 0{,}95 = 0{,}57$

5) $P(R) \cdot P(E) = 0{,}4 \cdot 0{,}17 = 0{,}068 \neq 0{,}14 = P(R \cap E) \Rightarrow$ nein

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\vec{u}| = \sqrt{144 + 16 + 9} = 13\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \Rightarrow 780\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

2) $\sin\alpha = \frac{3}{13} \Rightarrow \alpha \approx 13{,}34^\circ$

3) $(0|0|3) + 5 \cdot (12|4|3) = (60|20|18)$

4) $d(t)^2 = |(-50|4| - 5) + t \cdot (17|0|3)|^2$ minimal $\Rightarrow t = 2{,}9\,\text{min}$

5) $d(2{,}9) \approx 5{,}49\,\text{km}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0