Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -\frac{2}{x} + \frac{4}{5}x^3$ _____

2) $f(x) = -\frac{3}{5}x^2 + \frac{1}{x^2}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^2 (-x^2 - 2)\,dx =$ _____

2) $\int_0^2 (2x^2 + 1)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $H(-2\,|\,-2)$, $P(0\,|\,-6)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq -1{,}47)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) (–6 | –5 | 2) · (5 | –1 | 4) = _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Ein Patient nimmt eine Tablette. Die Konzentration des Wirkstoffs im Blut (in mg pro Liter) beschreibt f(t) = 10 · t · e^(–0,25t), t in Stunden nach der Einnahme. Die Ableitung ist f´(t) = 10 · e^(–0,25t) · (1 – 0,25t). Tipp: Wo die Konzentration am stärksten abnimmt, hat der Graph seinen Wendepunkt (f´´(t) = 0).

1) Konzentration nach 1 Stunde (auf 2 Stellen runden) (2 P.) _____

2) Nach wie vielen Stunden ist die Konzentration am größten? (3 P.) _____

3) Wie groß ist die höchste Konzentration? (auf 2 Stellen runden) (2 P.) _____

4) Wann nimmt die Konzentration am stärksten ab? (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Die Bürgermeisterin behauptet: Mindestens 50 % der Bürger sind für den neuen Radweg. Eine Zeitung befragt 50 zufällig ausgewählte Bürger. X ist die Anzahl der Befürworter. Getestet wird H0: p >= 0,5 auf dem Signifikanzniveau 5 %. Sind es auffällig wenige Befürworter, wird H0 abgelehnt. Tipp: Rechne mit p = 0,5 und suche das größte k mit P(X <= k) <= 0,05. Beim Fehler 2. Art behält man H0, obwohl sie falsch ist.

1) Erwartungswert von X, wenn die Bürgermeisterin genau recht hat (1 P.) _____

2) Bis zu wie vielen Befürwortern wird H_0 abgelehnt? (4 P.) _____

3) Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art (4 Stellen) (2 P.) _____

4) In Wahrheit sind nur 40\,\% dafür. Wie groß ist der Fehler 2. Art? (4 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|3) + t · (9|6|2), die von Flugzeug F2 ist (48|0|9) + t · (-8|5|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

1) Geschwindigkeit von F_1 in km/h (2 P.) _____

2) Steigungswinkel von F_1 gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Wo ist F_1 nach 2 Minuten? (2 P.) _____

4) Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

5) Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = \frac{2}{x^2} + \frac{12}{5}x^2$

2) $f'(x) = -\frac{6}{5}x - \frac{2}{x^3}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_0^2 (-x^2 - 2)dx = -\frac{20}{3}$

2) $\int_0^2 (2x^2 + 1)dx = \frac{22}{3}$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = -x^2 - 4x - 6$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \geq -1{,}47) = 1 - \Phi(-1{,}47) \approx 0{,}9292$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(-6 \mid -5 \mid 2) \cdot (5 \mid -1 \mid 4) = -17$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $f(1) = 10 \cdot e^{-0{,}25} \approx 7{,}79 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$

2) $f'(t) = 0 \Rightarrow 1 - 0{,}25t = 0 \Rightarrow t = 4\,\text{h}$

3) $f(4) = 40 \cdot e^{-1} \approx 14{,}72 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$

4) $f'(t) = 10 \cdot e^{-0{,}25t} \cdot (0{,}0625t - 0{,}5) = 0 \Rightarrow t = 8\,\text{h}$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $E(X) = 50 \cdot 0{,}5 = 25$

2) $P(X \leq 18) \approx 0{,}0325 \leq 0{,}05, \quad P(X \leq 19) \approx 0{,}0595 > 0{,}05 \Rightarrow \overline{A} = \{0, \ldots, 18\}$

3) $\alpha = P(X \leq 18) \approx 0{,}0325$

4) $\beta = P_{p=0{,}4}(X \geq 19) = 1 - P(X \leq 18) \approx 0{,}6644$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\vec{u}| = \sqrt{81 + 36 + 4} = 11\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \Rightarrow 660\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

2) $\sin\alpha = \frac{2}{11} \Rightarrow \alpha \approx 10{,}48^\circ$

3) $(0|0|3) + 2 \cdot (9|6|2) = (18|12|7)$

4) $d(t)^2 = |(-48|0|-6) + t \cdot (17|1|2)|^2$ minimal $\Rightarrow t = 2{,}82\,\text{min}$

5) $d(2{,}82) \approx 2{,}84\,\text{km}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0