Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \frac{1}{2}x^3 + \frac{6}{x^3}$ _____

2) $f(x) = -2x^2 - \frac{5}{x^2}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_2^5 (6x + 6)\,dx =$ _____

2) $\int_0^1 (2x^2 + 4x)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $T(-2\,|\,5)$, $P(1\,|\,23)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq 1{,}52)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(-3 \mid -4 \mid 4) \cdot (-2 \mid 3 \mid -3) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 + 3x^2 - 1$. Ihr Graph heißt G. Diese Aufgabe ist ohne Taschenrechner lösbar. Tipp: Extrempunkte: $f'(x) = 0$ lösen und mit f'' prüfen. Wendepunkt: $f''(x) = 0$. Die Wendetangente hat die Steigung $m = f'(x_W)$.

1) Schnittpunkt von G mit der y-Achse (1 P.) _____

2) Hoch- und Tiefpunkt von G (Schreibweise: H(…|…); T(…|…)) (4 P.) _____

3) Wendepunkt von G (2 P.) _____

4) Gleichung der Wendetangente (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Ein Glücksrad bleibt mit der Wahrscheinlichkeit 0,4 auf „Gewinn“ stehen. Es wird 10-mal gedreht. Die Zufallsgröße X zählt, wie oft „Gewinn“ kommt. Weil sich die Wahrscheinlichkeit bei jedem Drehen nicht ändert, ist X binomialverteilt mit n = 10 und p = 0,4. Tipp: „mindestens einmal“ rechnest Du am leichtesten über das Gegenereignis „keinmal“.

1) Berechne $P(X = 1)$ (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

2) Berechne den Erwartungswert $E(X)$. (2 P.) _____

3) Berechne $P(X \geq 1)$ (auf 4 Stellen runden). (2 P.) _____

4) Wie oft muss man mindestens drehen, damit $P(X \geq 1) \geq 0{,}9$ gilt? (3 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein Zelt hat die Form einer Pyramide mit quadratischem Boden ABCD und Spitze S: A(0|0|0), B(4|0|0), C(4|4|0), D(0|4|0) und S(2|2|6). Eine Längeneinheit ist 1 m. Tipp: Eine Kante ist ein Vektor – ihre Länge ist sein Betrag.

1) Wie lang ist die Kante $\overline{AS}$? (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

2) Wie groß ist das Volumen des Zelts? (2 P.) _____

3) Neigungswinkel der Kante AS gegen den Boden (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

4) Mittelpunkt M der Kante BS (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{18}{x^4}$

2) $f'(x) = -4x + \frac{10}{x^3}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_2^5 (6x + 6)dx = 81$

2) $\int_0^1 (2x^2 + 4x)dx = \frac{8}{3}$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = 2x^2 + 8x + 13$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \geq 1{,}52) = 1 - \Phi(1{,}52) \approx 0{,}0643$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(-3 \mid -4 \mid 4) \cdot (-2 \mid 3 \mid -3) = -18$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $f(0) = -1 \Rightarrow S_y(0 \mid -1)$

2) $f'(x) = 3x^2 + 6x = 3(x + 2)x = 0, \quad f''(-2) < 0,\ f''(0) > 0 \Rightarrow H(-2 \mid 3),\ T(0 \mid -1)$

3) $f''(x) = 6x + 6 = 0 \Rightarrow W(-1 \mid 1)$

4) $m = f'(-1) = -3 \Rightarrow t(x) = -3x - 2$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $P(X = 1) = \binom{10}{1} \cdot 0{,}4^1 \cdot 0{,}6^9 \approx 0{,}0403$

2) $E(X) = n \cdot p = 10 \cdot 0{,}4 = 4$

3) $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0{,}6^{10} \approx 0{,}994$

4) $1 - 0{,}6^m \geq 0{,}9 \Rightarrow m \geq \frac{\ln 0{,}1}{\ln 0{,}6} \approx 4{,}508 \Rightarrow m = 5$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\overrightarrow{AS}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 6^2} = \sqrt{44} \approx 6{,}63\,\text{m}$

2) $V = \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 6 = 32\,\text{m}^3$

3) $\sin\alpha = \frac{6}{\sqrt{44}} \Rightarrow \alpha \approx 64{,}76^\circ$

4) $M\left(\frac{4+2}{2} \mid \frac{0+2}{2} \mid \frac{0+6}{2}\right) = M(3 \mid 1 \mid 3)$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0