Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -\frac{6}{x^3} + \frac{5}{3}x^2$ _____

2) $f(x) = \sqrt{x} + \frac{3}{5}x^4$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_1^3 (-x^2 + 2x - 6)\,dx =$ _____

2) $\int_2^5 (5x - 6)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $H(2\,|\,5)$, $P(1\,|\,4)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \le 1{,}34)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(5 \mid 6 \mid 6) \cdot (-3 \mid 3 \mid 6) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Ein Federball wird geschlagen. Seine Flugbahn beschreibt $h(x) = -0{,}05x^2 + 0{,}3x + 1{,}5$. Dabei ist x die waagerechte Entfernung vom Abschlagpunkt und h(x) die Höhe über dem Boden (beides in Metern). Das Netz ist 1,55 m hoch und steht bei x = 5. Tipp: Der Auftreffwinkel ist der Winkel zwischen Flugbahn und Boden. Du bekommst ihn über die Steigung: tan(alpha) = |h´(x)|.

1) Höchster Punkt der Flugbahn (x und Höhe) (3 P.) _____

2) Wie hoch fliegt der Ball über das Netz hinweg? (in m, 2 Stellen) (2 P.) _____

3) In welcher Entfernung trifft der Ball auf den Boden? (2 Stellen) (3 P.) _____

4) Unter welchem Winkel trifft der Ball auf? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Ein Hersteller behauptet: Höchstens 10 % seiner Bauteile sind fehlerhaft. Ein Kunde prüft 100 zufällig ausgewählte Teile. X ist die Anzahl der fehlerhaften Teile. Getestet wird die Nullhypothese H0: p <= 0,1 auf dem Signifikanzniveau 5 %. Findet der Kunde auffällig viele fehlerhafte Teile, glaubt er dem Hersteller nicht mehr (H0 wird abgelehnt). Tipp: Rechne mit p = 0,1 und suche das kleinste k, für das P(X >= k) höchstens 0,05 ist.

1) Wie viele fehlerhafte Teile erwartet man, wenn der Hersteller recht hat? (2 P.) _____

2) Berechne die Standardabweichung σ (2 Stellen). (2 P.) _____

3) Ab wie vielen fehlerhaften Teilen wird H_0 abgelehnt? (4 P.) _____

4) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art? (4 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(8|0|0), B(0|12|0) und C(0|0|8) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(2|3|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = \frac{18}{x^4} + \frac{10}{3}x$

2) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{12}{5}x^3$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_1^3 (-x^2 + 2x - 6)dx = -\frac{38}{3}$

2) $\int_2^5 (5x - 6)dx = \frac{69}{2}$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = -x^2 + 4x + 1$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \le 1{,}34) = \Phi(1{,}34) \approx 0{,}9099$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(5 \mid 6 \mid 6) \cdot (-3 \mid 3 \mid 6) = 39$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $h'(x) = -0{,}1x + 0{,}3 = 0 \Rightarrow x = 3, \quad h(3) = 1{,}95 \Rightarrow (3 \mid 1{,}95)$

2) $h(5) - 1{,}55 = 1{,}75 - 1{,}55 = 0{,}2$

3) $h(x) = 0 \Rightarrow x \approx 9{,}24\,\text{m}$ (die negative Lösung passt nicht)

4) $\tan\alpha = |h'(9{,}24)| \approx 0{,}624 \Rightarrow \alpha \approx 31{,}98^\circ$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $E(X) = n \cdot p = 100 \cdot 0{,}1 = 10$

2) $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{9} \approx 3$

3) $P(X \ge 15) \approx 0{,}0726 > 0{,}05, \quad P(X \ge 16) \approx 0{,}0399 \le 0{,}05 \Rightarrow \overline{A} = \{16, \ldots, 100\}$

4) $\alpha = P(X \ge 16) \approx 0{,}0399$ (H_0 wird abgelehnt, obwohl sie stimmt)

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 96 \\ 64 \\ 96 \end{pmatrix}$, $A = \frac{1}{2}\sqrt{22528} \approx 75{,}05\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{96}{\sqrt{22528}} \Rightarrow \alpha \approx 50{,}24^\circ$

3) $\frac{x}{8} + \frac{y}{12} + \frac{z}{8} = 1$ mit $x = 2,\ y = 3 \Rightarrow S(2 \mid 3 \mid 4)$

4) $d = \frac{|96 \cdot 0 + 64 \cdot 0 + 96 \cdot 0 - 768|}{\sqrt{22528}} \approx 5{,}12\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0