# Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

## Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \frac{5}{4}x^3 + \frac{4}{x^3}$ _____

2) $f(x) = \frac{3}{x^2} - \frac{3}{4}x^4$ _____

## Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_2^3 (-4x - 6)\,dx =$ _____

2) $\int_1^3 (x - 2)\,dx =$ _____

## Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $H(1 \mid -3)$, $P(2 \mid -4)$ _____

## Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq 2{,}38)$ _____

## Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

**1)** $(4 \mid -6 \mid 1) \cdot (-5 \mid 4 \mid 4) =$ _____

## Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

In einer Nährlösung vermehren sich Bakterien. Die Anzahl der Bakterien nach t Stunden beschreibt N(t) = 500 · e^(0,25t). Tipp: Wenn die Unbekannte im Exponenten steht, hilft der natürliche Logarithmus ln – er macht e^(…) rückgängig. Die Ableitung N´(t) gibt an, wie viele Bakterien pro Stunde gerade dazukommen.

**1)** Wie viele Bakterien sind es nach 5 Stunden? (ganze Zahl) (2 P.) _____

**2)** Nach wie vielen Stunden hat sich die Anzahl verdoppelt? (2 Stellen) (3 P.) _____

**3)** Wann sind es zehnmal so viele Bakterien wie am Anfang? (2 Stellen) (2 P.) _____

**4)** Wie schnell wächst die Kultur nach 5 Stunden? (Bakterien pro Stunde, ganze Zahl) (3 P.) _____

## Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Eine Anlage füllt Saft in Flaschen. Die Füllmenge X (in ml) ist normalverteilt mit dem Erwartungswert my = 500 ml und der Standardabweichung sigma = 8 ml. Tipp: Standardisiere mit z = (x – my) : sigma und lies ?(z) in der Tabelle oder mit dem Taschenrechner ab. Für „mehr als“ rechnest Du 1 – ?(z). Werte aus der Tabelle dürfen etwas abweichen.

**1)** Wahrscheinlichkeit, dass eine Flasche weniger als 488 ml enthält (3 Stellen) (2 P.) _____

**2)** Wahrscheinlichkeit, dass die Füllmenge höchstens 12 ml von μ abweicht (3 Stellen) (2 P.) _____

**3)** Wie viele von 5000 Flaschen enthalten voraussichtlich weniger als 488 ml? (ganze Zahl) (2 P.) _____

**4)** Ab welcher Füllmenge gehört eine Flasche zu den 5\,\% vollsten? (1 Stelle) (2 P.) _____

**5)** Auf welchen Wert muss σ sinken, damit nur 1\,\% der Flaschen weniger als 488 ml enthalten? (2 Stellen) (2 P.) _____

## Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|3) + t · (12|4|3), die von Flugzeug F2 ist (56|-8|5) + t · (-6|4|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

**1)** Geschwindigkeit von $F_1$ in km/h (2 P.) _____

**2)** Steigungswinkel von $F_1$ gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

**3)** Wo ist $F_1$ nach 2 Minuten? (2 P.) _____

**4)** Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

**5)** Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

# Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

## Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

**1)** $f'(x) = \frac{15}{4}x^2 - \frac{12}{x^4}$

**2)** $f'(x) = -\frac{6}{x^3} - 3x^3$

## Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

**1)** $\int_2^3 (-4x - 6)dx = -16$

**2)** $\int_1^3 (x - 2)dx = 0$

## Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

**1)** $f(x) = -x^2 + 2x - 4$

## Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

**1)** $P(Z \geq 2{,}38) = 1 - \Phi(2{,}38) \approx 0{,}0087$

## Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

**1)** $(4 \mid -6 \mid 1) \cdot (-5 \mid 4 \mid 4) = -40$

## Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

**1)** $N(5) = 500 \cdot e^{1{,}25} \approx 1745$

**2)** $500 \cdot e^{0{,}25t} = 1000 \Rightarrow t = \frac{\ln 2}{0{,}25} \approx 2{,}77\,\text{h}$

**3)** $e^{0{,}25t} = 10 \Rightarrow t = \frac{\ln 10}{0{,}25} \approx 9{,}21\,\text{h}$

**4)** $N'(t) = 125 \cdot e^{0{,}25t} \Rightarrow N'(5) \approx 436$

## Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

**1)** $P(X < 488) = \Phi\left(\frac{488-500}{8}\right) = \Phi(-1{,}5) \approx 0{,}067$

**2)** $P(488 \leq X \leq 512) = 2\,\Phi(1{,}5) - 1 \approx 0{,}866$

**3)** $5000 \cdot 0{,}0668 \approx 334$

**4)** $P(X \geq c) = 0{,}05 \Rightarrow \Phi\left(\frac{c-500}{8}\right) = 0{,}95 \Rightarrow \frac{c-500}{8} \approx 1{,}645 \Rightarrow c \approx 513{,}2\,\text{ml}$

**5)** $\Phi\left(\frac{-12}{\sigma}\right) = 0{,}01 \Rightarrow \frac{12}{\sigma} \approx 2{,}326 \Rightarrow \sigma \approx 5{,}16\,\text{ml}$

## Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

**1)** $|\vec{u}| = \sqrt{144 + 16 + 9} = 13\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \Rightarrow 780\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

**2)** $\sin\alpha = \frac{3}{13} \Rightarrow \alpha \approx 13{,}34^\circ$

**3)** $(0|0|3) + 2 \cdot (12|4|3) = (24|8|9)$

**4)** $d(t)^2 = |(-56|8| - 2) + t \cdot (18|0|3)|^2$ minimal $\Rightarrow t = 3{,}05\,\text{min}$

**5)** $d(3{,}05) \approx 10{,}79\,\text{km}$

### Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

| 15 P. | 14 P. | 13 P. | 12 P. | 11 P. | 10 P. | 9 P. | 8 P. | 7 P. | 6 P. | 5 P. | 4 P. | 3 P. | 2 P. | 1 P. | 0 P. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ab 50 | ab 47 | ab 45 | ab 42 | ab 39 | ab 37 | ab 34 | ab 32 | ab 29 | ab 26 | ab 24 | ab 21 | ab 18 | ab 15 | ab 11 | ab 0 |