Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \frac{5}{x^2} + 2x^3$ _____

2) $f(x) = \frac{5}{x} - \frac{1}{2}x^2$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^1 (6x)\,dx =$ _____

2) $\int_1^4 (-4x^2 - 3x)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(-2\,|\,-1)$, $P_2(-1\,|\,5)$, $P_3(2\,|\,47)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \le 0{,}13)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(5 \mid -1 \mid -5) \cdot (-1 \mid 0 \mid 2) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 9x + 4$. Ihr Graph heißt G. Diese Aufgabe ist ohne Taschenrechner lösbar. Tipp: Extrempunkte: $f'(x) = 0$ lösen und mit f'' prüfen. Wendepunkt: $f''(x) = 0$. Die Wendetangente hat die Steigung $m = f'(x_W)$.

1) Schnittpunkt von G mit der y-Achse (1 P.) _____

2) Hoch- und Tiefpunkt von G (Schreibweise: H(…|…); T(…|…)) (4 P.) _____

3) Wendepunkt von G (2 P.) _____

4) Gleichung der Wendetangente (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Eine Anlage füllt Saft in Flaschen. Die Füllmenge X (in ml) ist normalverteilt mit dem Erwartungswert my = 500 ml und der Standardabweichung sigma = 5 ml. Tipp: Standardisiere mit z = (x – my) : sigma und lies ?(z) in der Tabelle oder mit dem Taschenrechner ab. Für „mehr als“ rechnest Du 1 – ?(z). Werte aus der Tabelle dürfen etwas abweichen.

1) Wahrscheinlichkeit, dass eine Flasche weniger als 490 ml enthält (3 Stellen) (2 P.) _____

2) Wahrscheinlichkeit, dass die Füllmenge höchstens 7,5 ml von μ abweicht (3 Stellen) (2 P.) _____

3) Wie viele von 2000 Flaschen enthalten voraussichtlich weniger als 490 ml? (ganze Zahl) (2 P.) _____

4) Ab welcher Füllmenge gehört eine Flasche zu den 5\,\% vollsten? (1 Stelle) (2 P.) _____

5) Auf welchen Wert muss σ sinken, damit nur 1\,\% der Flaschen weniger als 490 ml enthalten? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(4|0|0), B(0|4|0) und C(0|0|8) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(1|2|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -\frac{10}{x^3} + 6x^2$

2) $f'(x) = -\frac{5}{x^2} - x$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_0^1 (6x)dx = 3$

2) $\int_1^4 (-4x^2 - 3x)dx = -\frac{213}{2}$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = 2x^2 + 12x + 15$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \le 0{,}13) = \Phi(0{,}13) \approx 0{,}5517$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(5 \mid -1 \mid -5) \cdot (-1 \mid 0 \mid 2) = -15$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $f(0) = 4 \Rightarrow S_y(0 \mid 4)$

2) $f'(x) = -3x^2 - 6x + 9 = -3(x + 3)(x - 1) = 0, \quad f''(1) < 0,\ f''(-3) > 0 \Rightarrow H(1 \mid 9),\ T(-3 \mid -23)$

3) $f''(x) = -6x - 6 = 0 \Rightarrow W(-1 \mid -7)$

4) $m = f'(-1) = 12 \Rightarrow t(x) = 12x + 5$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $P(X < 490) = \Phi\left(\frac{490-500}{5}\right) = \Phi(-2) \approx 0{,}023$

2) $P(492{,}5 \le X \le 507{,}5) = 2\,\Phi(1{,}5) - 1 \approx 0{,}866$

3) $2000 \cdot 0{,}0228 \approx 46$

4) $P(X \ge c) = 0{,}05 \Rightarrow \Phi\left(\frac{c-500}{5}\right) = 0{,}95 \Rightarrow \frac{c-500}{5} \approx 1{,}645 \Rightarrow c \approx 508{,}2\,\text{ml}$

5) $\Phi\left(\frac{-10}{\sigma}\right) = 0{,}01 \Rightarrow \frac{10}{\sigma} \approx 2{,}326 \Rightarrow \sigma \approx 4{,}3\,\text{ml}$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 32 \\ 32 \\ 16 \end{pmatrix}$, $A = \frac{1}{2}\sqrt{2304} \approx 24\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{16}{\sqrt{2304}} \Rightarrow \alpha \approx 70{,}53^\circ$

3) $\frac{x}{4} + \frac{y}{4} + \frac{z}{8} = 1$ mit $x = 1,\ y = 2 \Rightarrow S(1 \mid 2 \mid 2)$

4) $d = \frac{|32 \cdot 0 + 32 \cdot 0 + 16 \cdot 0 - 128|}{\sqrt{2304}} \approx 2{,}67\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0