Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{2}{x^2}$ _____

2) $f(x) = \frac{3}{4}x^2 - \frac{4}{x}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^1 (-5x + 4)\,dx =$ _____

2) $\int_0^2 (-6x^2)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $H(3\,|\,-2)$, $P(5\,|\,-6)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq -0{,}68)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(5 \mid 5 \mid 1) \cdot (-1 \mid -1 \mid 2) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Ein Ball wird aus 2 m Höhe senkrecht nach oben geworfen. Seine Höhe über dem Boden (in Metern) nach t Sekunden beschreibt die Funktion $h(t) = -5t^2 + 25t + 2$. Den Luftwiderstand lassen wir weg. Tipp: Die größte Höhe ist der Hochpunkt des Graphen – dort ist die Ableitung $h'(t) = 0$.

1) Wie hoch ist der Ball nach 1 Sekunde? (2 P.) _____

2) Nach wie vielen Sekunden ist der Ball am höchsten? (3 P.) _____

3) Wie groß ist die größte Höhe? (2 P.) _____

4) Wann landet der Ball? (in Sekunden, auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Die Bürgermeisterin behauptet: Mindestens 70 % der Bürger sind für den neuen Radweg. Eine Zeitung befragt 50 zufällig ausgewählte Bürger. X ist die Anzahl der Befürworter. Getestet wird H0: p >= 0,7 auf dem Signifikanzniveau 5 %. Sind es auffällig wenige Befürworter, wird H0 abgelehnt. Tipp: Rechne mit p = 0,7 und suche das größte k mit P(X <= k) <= 0,05. Beim Fehler 2. Art behält man H0, obwohl sie falsch ist.

1) Erwartungswert von X, wenn die Bürgermeisterin genau recht hat (1 P.) _____

2) Bis zu wie vielen Befürwortern wird H_0 abgelehnt? (4 P.) _____

3) Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art (4 Stellen) (2 P.) _____

4) In Wahrheit sind nur 60\,\% dafür. Wie groß ist der Fehler 2. Art? (4 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein Zelt hat die Form einer Pyramide mit quadratischem Boden ABCD und Spitze S: A(0|0|0), B(6|0|0), C(6|6|0), D(0|6|0) und S(3|3|6). Eine Längeneinheit ist 1 m. Tipp: Eine Kante ist ein Vektor – ihre Länge ist sein Betrag.

1) Wie lang ist die Kante $\overline{AS}$? (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

2) Wie groß ist das Volumen des Zelts? (2 P.) _____

3) Neigungswinkel der Kante *AS* gegen den Boden (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

4) Mittelpunkt *M* der Kante *BS* (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = \frac{1}{2}x - \frac{4}{x^3}$

2) $f'(x) = \frac{3}{2}x + \frac{4}{x^2}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_0^1 (-5x + 4)dx = \frac{3}{2}$

2) $\int_0^2 (-6x^2)dx = -16$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = -x^2 + 6x - 11$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \geq -0{,}68) = 1 - \Phi(-0{,}68) \approx 0{,}7517$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(5 \mid 5 \mid 1) \cdot (-1 \mid -1 \mid 2) = -8$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $h(1) = -5 + 25 + 2 = 22\,\text{m}$

2) $h'(t) = -10t + 25 = 0 \Rightarrow t = 2{,}5\,\text{s}$

3) $h(2{,}5) = 33{,}25\,\text{m}$

4) $-5t^2 + 25t + 2 = 0 \Rightarrow t \approx 5{,}08\,\text{s}$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $E(X) = 50 \cdot 0{,}7 = 35$

2) $P(X \leq 29) \approx 0{,}0478 \leq 0{,}05, \quad P(X \leq 30) \approx 0{,}0848 > 0{,}05 \Rightarrow \overline{A} = \{0, \ldots, 29\}$

3) $\alpha = P(X \leq 29) \approx 0{,}0478$

4) $\beta = P_{p=0{,}6}(X \geq 30) = 1 - P(X \leq 29) \approx 0{,}561$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\overrightarrow{AS}| = \sqrt{3^2 + 3^2 + 6^2} = \sqrt{54} \approx 7{,}35\,\text{m}$

2) $V = \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 6 = 72\,\text{m}^3$

3) $\sin\alpha = \frac{6}{\sqrt{54}} \Rightarrow \alpha \approx 54{,}74^\circ$

4) $M\left(\frac{6+3}{2} \mid \frac{0+3}{2} \mid \frac{0+6}{2}\right) = M(4{,}5 \mid 1{,}5 \mid 3)$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0