Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -2x^3 + \frac{4}{x^3}$ _____

2) $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{4}{x}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_1^3 (4x^2 - 3x)\,dx =$ _____

2) $\int_2^3 (-6x + 5)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $T(-2\,|\,-5)$, $P(-1\,|\,-4)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \le -1{,}59)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(-3 \mid 6 \mid -3) \cdot (5 \mid -6 \mid -4) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x - 2$. Ihr Graph heißt G. Diese Aufgabe ist ohne Taschenrechner lösbar. Tipp: Extrempunkte: $f'(x) = 0$ lösen und mit f'' prüfen. Wendepunkt: $f''(x) = 0$. Die Wendetangente hat die Steigung $m = f'(x_W)$.

1) Schnittpunkt von G mit der y-Achse (1 P.) _____

2) Hoch- und Tiefpunkt von G (Schreibweise: H(…|…); T(…|…)) (4 P.) _____

3) Wendepunkt von G (2 P.) _____

4) Gleichung der Wendetangente (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Ein Glücksrad bleibt mit der Wahrscheinlichkeit 0,3 auf „Gewinn“ stehen. Es wird 5-mal gedreht. Die Zufallsgröße X zählt, wie oft „Gewinn“ kommt. Weil sich die Wahrscheinlichkeit bei jedem Drehen nicht ändert, ist X binomialverteilt mit $n = 5$ und $p = 0{,}3$. Tipp: „mindestens einmal“ rechnest Du am leichtesten über das Gegenereignis „keinmal“.

1) Berechne $P(X = 2)$ (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

2) Berechne den Erwartungswert $E(X)$. (2 P.) _____

3) Berechne $P(X \geq 1)$ (auf 4 Stellen runden). (2 P.) _____

4) Wie oft muss man mindestens drehen, damit $P(X \geq 1) \geq 0{,}9$ gilt? (3 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(4|0|0), B(0|8|0) und C(0|0|4) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(1|4|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -6x^2 - \frac{12}{x^4}$

2) $f'(x) = -\frac{3}{2}x^2 - \frac{4}{x^2}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_1^3 (4x^2 - 3x)dx = \frac{68}{3}$

2) $\int_2^3 (-6x + 5)dx = -10$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = x^2 + 4x - 1$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \le -1{,}59) = \Phi(-1{,}59) \approx 0{,}0559$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(-3 \mid 6 \mid -3) \cdot (5 \mid -6 \mid -4) = -39$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $f(0) = -2 \Rightarrow S_y(0 \mid -2)$

2) $f'(x) = 3x^2 - 6x - 24 = 3(x + 2)(x - 4) = 0, \quad f'(-2) < 0,\ f'(4) > 0 \Rightarrow H(-2 \mid 26),\ T(4 \mid -82)$

3) $f'(x) = 6x - 6 = 0 \Rightarrow W(1 \mid -28)$

4) $m = f'(1) = -27 \Rightarrow t(x) = -27x - 1$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $P(X = 2) = \binom{5}{2} \cdot 0{,}3^2 \cdot 0{,}7^3 \approx 0{,}3087$

2) $E(X) = n \cdot p = 5 \cdot 0{,}3 = 1{,}5$

3) $P(X \ge 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0{,}7^5 \approx 0{,}8319$

4) $1 - 0{,}7^m \ge 0{,}9 \Rightarrow m \ge \frac{\ln 0{,}1}{\ln 0{,}7} \approx 6{,}456 \Rightarrow m = 7$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 32 \\ 16 \\ 32 \end{pmatrix}$, $A = \frac{1}{2}\sqrt{2304} \approx 24\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{32}{\sqrt{2304}} \Rightarrow \alpha \approx 48{,}19^\circ$

3) $\frac{x}{4} + \frac{y}{8} + \frac{z}{4} = 1$ mit $x = 1,\ y = 4 \Rightarrow S(1 \mid 4 \mid 1)$

4) $d = \frac{|32 \cdot 0 + 16 \cdot 0 + 32 \cdot 0 - 128|}{\sqrt{2304}} \approx 2{,}67\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0