Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -x^3 + \frac{5}{x^2}$ _____

2) $f(x) = -3\sqrt{x} + \frac{3}{2}x^3$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_1^4 (5x)\,dx =$ _____

2) $\int_0^2 (x^2 + 4x - 5)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(-1 \mid -16)$, $P_2(1 \mid -4)$, $P_3(2 \mid -1)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq 1{,}71)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) (–1 | 4 | 5) · (–1 | 1 | –6) = _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Ein Patient nimmt eine Tablette. Die Konzentration des Wirkstoffs im Blut (in mg pro Liter) beschreibt f(t) = 6 · t · e^(–0,5t), t in Stunden nach der Einnahme. Die Ableitung ist f´(t) = 6 · e^(–0,5t) · (1 – 0,5t). Tipp: Wo die Konzentration am stärksten abnimmt, hat der Graph seinen Wendepunkt (f´´(t) = 0).

1) Konzentration nach 1 Stunde (auf 2 Stellen runden) (2 P.) _____

2) Nach wie vielen Stunden ist die Konzentration am größten? (3 P.) _____

3) Wie groß ist die höchste Konzentration? (auf 2 Stellen runden) (2 P.) _____

4) Wann nimmt die Konzentration am stärksten ab? (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Ein Glücksrad bleibt mit der Wahrscheinlichkeit 0,3 auf „Gewinn“ stehen. Es wird 8-mal gedreht. Die Zufallsgröße X zählt, wie oft „Gewinn“ kommt. Weil sich die Wahrscheinlichkeit bei jedem Drehen nicht ändert, ist X binomialverteilt mit n = 8 und p = 0,3. Tipp: „mindestens einmal“ rechnest Du am leichtesten über das Gegenereignis „keinmal“.

1) Berechne $P(X = 3)$ (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

2) Berechne den Erwartungswert $E(X)$. (2 P.) _____

3) Berechne $P(X \geq 1)$ (auf 4 Stellen runden). (2 P.) _____

4) Wie oft muss man mindestens drehen, damit $P(X \geq 1) \geq 0{,}9$ gilt? (3 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(12|0|0), B(0|12|0) und C(0|0|12) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(3|6|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -3x^2 - \frac{10}{x^3}$

2) $f'(x) = -\frac{3}{2\sqrt{x}} + \frac{9}{2}x^2$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_1^4 (5x)dx = \frac{75}{2}$

2) $\int_0^2 (x^2 + 4x - 5)dx = \frac{2}{3}$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = -x^2 + 6x - 9$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \geq 1{,}71) = 1 - \Phi(1{,}71) \approx 0{,}0436$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(-1 \mid 4 \mid 5) \cdot (-1 \mid 1 \mid -6) = -25$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $f(1) = 6 \cdot e^{-0{,}5} \approx 3{,}64 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$

2) $f'(t) = 0 \Rightarrow 1 - 0{,}5t = 0 \Rightarrow t = 2\,\text{h}$

3) $f(2) = 12 \cdot e^{-1} \approx 4{,}41 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$

4) $f'(t) = 6 \cdot e^{-0{,}5t} \cdot (0{,}25t - 1) = 0 \Rightarrow t = 4\,\text{h}$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $P(X = 3) = \binom{8}{3} \cdot 0{,}3^3 \cdot 0{,}7^5 \approx 0{,}2541$

2) $E(X) = n \cdot p = 8 \cdot 0{,}3 = 2{,}4$

3) $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0{,}7^8 \approx 0{,}9424$

4) $1 - 0{,}7^m \geq 0{,}9 \Rightarrow m \geq \frac{\ln 0{,}1}{\ln 0{,}7} \approx 6{,}456 \Rightarrow m = 7$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 144 \\ 144 \\ 144 \end{pmatrix}, \quad A = \frac{1}{2}\sqrt{62208} \approx 124{,}71\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{144}{\sqrt{62208}} \Rightarrow \alpha \approx 54{,}74^\circ$

3) $\frac{x}{12} + \frac{y}{12} + \frac{z}{12} = 1$ mit $x = 3,\ y = 6 \Rightarrow S(3 \mid 6 \mid 3)$

4) $d = \frac{|144 \cdot 0 + 144 \cdot 0 + 144 \cdot 0 - 1728|}{\sqrt{62208}} \approx 6{,}93\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0