Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \frac{3}{x^2} - \frac{5}{3}x^3$ _____

2) $f(x) = \frac{3}{4}x^4 + \frac{5}{x}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_2^4 (-x^2)\,dx =$ _____

2) $\int_2^3 (3x^2 - x)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $H(-2\,|\,3)$, $P(-3\,|\,2)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \le 2{,}36)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(-1 \mid -3 \mid -3) \cdot (0 \mid -3 \mid -6) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Ein Federball wird geschlagen. Seine Flugbahn beschreibt $h(x) = -0{,}08x^2 + 0{,}8x + 1{,}5$. Dabei ist x die waagerechte Entfernung vom Abschlagpunkt und h(x) die Höhe über dem Boden (beides in Metern). Das Netz ist 1,55 m hoch und steht bei x = 6. Tipp: Der Auftreffwinkel ist der Winkel zwischen Flugbahn und Boden. Du bekommst ihn über die Steigung: tan(alpha) = |h´(x)|.

1) Höchster Punkt der Flugbahn (x und Höhe) (3 P.) _____

2) Wie hoch fliegt der Ball über das Netz hinweg? (in m, 2 Stellen) (2 P.) _____

3) In welcher Entfernung trifft der Ball auf den Boden? (2 Stellen) (3 P.) _____

4) Unter welchem Winkel trifft der Ball auf? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Die Bürgermeisterin behauptet: Mindestens 50 % der Bürger sind für den neuen Radweg. Eine Zeitung befragt 50 zufällig ausgewählte Bürger. X ist die Anzahl der Befürworter. Getestet wird H0: p >= 0,5 auf dem Signifikanzniveau 5 %. Sind es auffällig wenige Befürworter, wird H0 abgelehnt. Tipp: Rechne mit p = 0,5 und suche das größte k mit P(X <= k) <= 0,05. Beim Fehler 2. Art behält man H0, obwohl sie falsch ist.

1) Erwartungswert von X, wenn die Bürgermeisterin genau recht hat (1 P.) _____

2) Bis zu wie vielen Befürwortern wird H_0 abgelehnt? (4 P.) _____

3) Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art (4 Stellen) (2 P.) _____

4) In Wahrheit sind nur 40\,\% dafür. Wie groß ist der Fehler 2. Art? (4 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|2) + t · (4|8|1), die von Flugzeug F2 ist (31|-7|7) + t · (-7|8|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

1) Geschwindigkeit von F_1 in km/h (2 P.) _____

2) Steigungswinkel von F_1 gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Wo ist F_1 nach 2 Minuten? (2 P.) _____

4) Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

5) Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -\frac{6}{x^3} - 5x^2$

2) $f'(x) = 3x^3 - \frac{5}{x^2}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_2^4 (-x^2)dx = -\frac{56}{3}$

2) $\int_2^3 (3x^2 - x)dx = \frac{33}{2}$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = -x^2 - 4x - 1$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \le 2{,}36) = \Phi(2{,}36) \approx 0{,}9909$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(-1 \mid -3 \mid -3) \cdot (0 \mid -3 \mid -6) = 27$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $h'(x) = -0{,}16x + 0{,}8 = 0 \Rightarrow x = 5, \quad h(5) = 3{,}5 \Rightarrow (5 \mid 3{,}5)$

2) $h(6) - 1{,}55 = 3{,}42 - 1{,}55 = 1{,}87$

3) $h(x) = 0 \Rightarrow x \approx 11{,}61\,\text{m}$ (die negative Lösung passt nicht)

4) $\tan\alpha = |h'(11{,}61)| \approx 1{,}058 \Rightarrow \alpha \approx 46{,}62^\circ$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $E(X) = 50 \cdot 0{,}5 = 25$

2) $P(X \le 18) \approx 0{,}0325 \le 0{,}05, \quad P(X \le 19) \approx 0{,}0595 > 0{,}05 \Rightarrow \overline{A} = \{0, \ldots, 18\}$

3) $\alpha = P(X \le 18) \approx 0{,}0325$

4) $\beta = P_{p=0{,}4}(X \ge 19) = 1 - P(X \le 18) \approx 0{,}6644$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\vec{u}| = \sqrt{16 + 64 + 1} = 9\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \Rightarrow 540\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

2) $\sin\alpha = \frac{1}{9} \Rightarrow \alpha \approx 6{,}38^\circ$

3) $(0|0|2) + 2 \cdot (4|8|1) = (8|16|4)$

4) $d(t)^2 = |(-31|7| - 5) + t \cdot (11|0|1)|^2$ minimal $\Rightarrow t = 2{,}84\,\text{min}$

5) $d(2{,}84) \approx 7{,}33\,\text{km}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0