

Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____

Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten

Punkte: _____ von 52 Note: _____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. $4/x = 4 \cdot x^{-1}$.

1) $f(x) = \frac{6}{x} - \frac{1}{3}x^2$ _____

2) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{x^3}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: $F(b) - F(a)$. Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_2^5 (-2x^2 + 6x + 2)dx =$ _____

2) $\int_2^5 (-5x - 5)dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(1 \mid -2)$, $P_2(2 \mid -4)$, $P_3(3 \mid -10)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit $z = (x - \text{Erwartungswert}) : \text{Standardabweichung}$ und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \leq -1,34)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(5 \mid -2 \mid 3) \cdot (5 \mid 5 \mid 3) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Ein Federball wird geschlagen. Seine Flugbahn beschreibt $h(x) = -0,04x^2 + 0,32x + 2$. Dabei ist x die waagerechte Entfernung vom Abschlagpunkt und $h(x)$ die Höhe über dem Boden (beides in Metern). Das Netz ist 1,55 m hoch und steht bei $x = 6$. Tipp: Der Auftreffwinkel ist der Winkel zwischen Flugbahn und Boden. Du bekommst ihn über die Steigung: $\tan(\alpha) = |h'(x)|$.

1) Höchster Punkt der Flugbahn (x und Höhe) (3 P.) _____

2) Wie hoch fliegt der Ball über das Netz hinweg? (in m, 2 Stellen) (2 P.) _____

3) In welcher Entfernung trifft der Ball auf den Boden? (2 Stellen) (3 P.) _____

4) Unter welchem Winkel trifft der Ball auf? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

In einer Stadt fahren 50 % der Berufstätigen mit dem Rad zur Arbeit (Ereignis R). Von den Radfahrern nutzen 35 % ein E-Bike (Ereignis E). Von denen, die nicht mit dem Rad fahren, besitzen trotzdem 10 % ein E-Bike. Eine berufstätige Person wird zufällig ausgewählt. Tipp: Trage alles in eine Vierfeldertafel ein. Die Zeilen- und Spaltensummen helfen bei $P(E)$.

1) $P(R \cap E)$ (2 P.) _____

2) $P(E)$ (2 P.) _____

3) Die Person hat ein E-Bike. Mit welcher Wahrscheinlichkeit fährt sie mit dem Rad zur Arbeit? (3 Stellen) (3 P.) _____

4) $P(\bar{R} \cap \bar{E})$ (1 P.) _____

5) Sind R und E stochastisch unabhängig? (ja/nein) (2 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist $(0|0|3) + t \cdot (12|4|3)$, die von Flugzeug F2 ist $(56|0|6) + t \cdot (-4|4|0)$. Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand $d(t)$ der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

1) Geschwindigkeit von F_1 in km/h (2 P.) _____

2) Steigungswinkel von F_1 gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Wo ist F_1 nach 5 Minuten? (2 P.) _____

4) Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

5) Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -\frac{6}{x^2} - \frac{2}{3}x$

2) $f'(x) = x + \frac{9}{x^4}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_2^5 (-2x^2 + 6x + 2)dx = -9$

2) $\int_2^5 (-5x - 5)dx = -\frac{135}{2}$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = -2x^2 + 4x - 4$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \leq -1,34) = \Phi(-1,34) \approx 0,0901$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(5 \mid -2 \mid 3) \cdot (5 \mid 5 \mid 3) = 24$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $h'(x) = -0,08x + 0,32 = 0 \Rightarrow x = 4, \quad h(4) = 2,64 \Rightarrow (4 \mid 2,64)$

2) $h(6) - 1,55 = 2,48 - 1,55 = 0,93$

3) $h(x) = 0 \Rightarrow x \approx 12,12 \text{ m}$ (die negative Lösung passt nicht)

4) $\tan \alpha = |h'(12,12)| \approx 0,65 \Rightarrow \alpha \approx 33,02^\circ$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $0,5 \cdot 0,35 = 0,175$

2) $0,175 + 0,5 \cdot 0,1 = 0,225$

3) $P_E(R) = \frac{P(R \cap E)}{P(E)} = \frac{0,175}{0,225} \approx 0,778$

4) $0,5 \cdot 0,9 = 0,45$

5) $P(R) \cdot P(E) = 0,5 \cdot 0,225 = 0,1125 \neq 0,175 = P(R \cap E) \Rightarrow \text{nein}$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\vec{u}| = \sqrt{144 + 16 + 9} = 13 \frac{\text{km}}{\text{min}} \Rightarrow 780 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

2) $\sin \alpha = \frac{3}{13} \Rightarrow \alpha \approx 13,34^\circ$

3) $(0|0|3) + 5 \cdot (12|4|3) = (60|20|18)$

4) $d(t)^2 = |(-56|0| - 3) + t \cdot (16|0|3)|^2$ minimal $\Rightarrow t = 3,42$ min

5) $d(3,42) \approx 7,37$ km

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0