Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -4\sqrt{x} - \frac{4}{3}x^4$ _____

2) $f(x) = 2x^2 - 5\sqrt{x}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_2^3 (-3x^2 - 5x + 6)\,dx =$ _____

2) $\int_2^5 (-x - 5)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $T(3\,|\,-4)$, $P(1\,|\,4)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq 0{,}18)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(6 \mid 4 \mid 1) \cdot (-2 \mid 1 \mid 2) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Ein Ball wird aus 2 m Höhe senkrecht nach oben geworfen. Seine Höhe über dem Boden (in Metern) nach t Sekunden beschreibt die Funktion $h(t) = -5t^2 + 25t + 2$. Den Luftwiderstand lassen wir weg. Tipp: Die größte Höhe ist der Hochpunkt des Graphen – dort ist die Ableitung $h'(t) = 0$.

1) Wie hoch ist der Ball nach 1 Sekunde? (2 P.) _____

2) Nach wie vielen Sekunden ist der Ball am höchsten? (3 P.) _____

3) Wie groß ist die größte Höhe? (2 P.) _____

4) Wann landet der Ball? (in Sekunden, auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Eine Krankheit haben 5 % der Menschen. Ein Schnelltest zeigt bei Kranken mit 99 % Wahrscheinlichkeit „positiv“. Bei Gesunden zeigt er mit 90 % Wahrscheinlichkeit richtig „negativ“. Eine zufällig ausgewählte Person wird getestet. Tipp: Zeichne ein Baumdiagramm (erst krank/gesund, dann positiv/negativ) und rechne mit Dezimalzahlen.

1) Berechne P(positiv) (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

2) Der Test ist positiv. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person krank? (3 Stellen) (4 P.) _____

3) Der Test ist negativ. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person gesund? (4 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(4|0|0), B(0|4|0) und C(0|0|8) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(1|2|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -\frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{16}{3}x^3$

2) $f'(x) = 4x - \frac{5}{2\sqrt{x}}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_2^3 (-3x^2 - 5x + 6)dx = -\frac{51}{2}$

2) $\int_2^5 (-x - 5)dx = -\frac{51}{2}$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = 2x^2 - 12x + 14$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \geq 0{,}18) = 1 - \Phi(0{,}18) \approx 0{,}4286$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(6 \mid 4 \mid 1) \cdot (-2 \mid 1 \mid 2) = -6$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $h(1) = -5 + 25 + 2 = 22\,\text{m}$

2) $h'(t) = -10t + 25 = 0 \Rightarrow t = 2{,}5\,\text{s}$

3) $h(2{,}5) = 33{,}25\,\text{m}$

4) $-5t^2 + 25t + 2 = 0 \Rightarrow t \approx 5{,}08\,\text{s}$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $0{,}05 \cdot 0{,}99 + 0{,}95 \cdot 0{,}1 \approx 0{,}1445$

2) $P_{\text{pos}}(\text{krank}) = \frac{0{,}05 \cdot 0{,}99}{0{,}1445} \approx 0{,}343$

3) $P_{\text{neg}}(\text{gesund}) = \frac{0{,}95 \cdot 0{,}9}{0{,}8555} \approx 0{,}9994$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 32 \\ 32 \\ 16 \end{pmatrix}$, $A = \frac{1}{2}\sqrt{2304} \approx 24\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{16}{\sqrt{2304}} \Rightarrow \alpha \approx 70{,}53^\circ$

3) $\frac{x}{4} + \frac{y}{4} + \frac{z}{8} = 1$ mit $x = 1,\ y = 2 \Rightarrow S(1 \mid 2 \mid 2)$

4) $d = \frac{|32 \cdot 0 + 32 \cdot 0 + 16 \cdot 0 - 128|}{\sqrt{2304}} \approx 2{,}67\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0