Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \frac{3}{x^2} - x^4$ _____

2) $f(x) = -2\sqrt{x} + x^3$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^3 (3x^2 - 2x - 6)\,dx =$ _____

2) $\int_2^5 (-6x^2 - 5)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(-2\,|\,0)$, $P_2(-1\,|\,-3)$, $P_3(0\,|\,-8)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \le 2{,}44)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(1 \mid -5 \mid 5) \cdot (5 \mid 3 \mid 1) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Ein Ball wird aus 1 m Höhe senkrecht nach oben geworfen. Seine Höhe über dem Boden (in Metern) nach t Sekunden beschreibt die Funktion $h(t) = -5t^2 + 25t + 1$. Den Luftwiderstand lassen wir weg. Tipp: Die größte Höhe ist der Hochpunkt des Graphen – dort ist die Ableitung $h'(t) = 0$.

1) Wie hoch ist der Ball nach 1 Sekunde? (2 P.) _____

2) Nach wie vielen Sekunden ist der Ball am höchsten? (3 P.) _____

3) Wie groß ist die größte Höhe? (2 P.) _____

4) Wann landet der Ball? (in Sekunden, auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Eine Krankheit haben 1 % der Menschen. Ein Schnelltest zeigt bei Kranken mit 98 % Wahrscheinlichkeit „positiv“. Bei Gesunden zeigt er mit 90 % Wahrscheinlichkeit richtig „negativ“. Eine zufällig ausgewählte Person wird getestet. Tipp: Zeichne ein Baumdiagramm (erst krank/gesund, dann positiv/negativ) und rechne mit Dezimalzahlen.

1) Berechne P(positiv) (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

2) Der Test ist positiv. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person krank? (3 Stellen) (4 P.) _____

3) Der Test ist negativ. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person gesund? (4 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|2) + t · (9|6|2), die von Flugzeug F2 ist (45|7|5) + t · (-4|4|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

1) Geschwindigkeit von F_1 in km/h (2 P.) _____

2) Steigungswinkel von F_1 gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Wo ist F_1 nach 2 Minuten? (2 P.) _____

4) Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

5) Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -\frac{6}{x^3} - 4x^3$

2) $f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{x}} + 3x^2$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_0^3 (3x^2 - 2x - 6)\,dx = 0$

2) $\int_2^5 (-6x^2 - 5)\,dx = -249$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = -x^2 - 6x - 8$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \le 2{,}44) = \Phi(2{,}44) \approx 0{,}9927$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(1 \mid -5 \mid 5) \cdot (5 \mid 3 \mid 1) = -5$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $h(1) = -5 + 25 + 1 = 21\,\text{m}$

2) $h'(t) = -10t + 25 = 0 \Rightarrow t = 2{,}5\,\text{s}$

3) $h(2{,}5) = 32{,}25\,\text{m}$

4) $-5t^2 + 25t + 1 = 0 \Rightarrow t \approx 5{,}04\,\text{s}$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $0{,}01 \cdot 0{,}98 + 0{,}99 \cdot 0{,}1 \approx 0{,}1088$

2) $P_{\text{pos}}(\text{krank}) = \frac{0{,}01 \cdot 0{,}98}{0{,}1088} \approx 0{,}09$

3) $P_{\text{neg}}(\text{gesund}) = \frac{0{,}99 \cdot 0{,}9}{0{,}8912} \approx 0{,}9998$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\vec{u}| = \sqrt{81 + 36 + 4} = 11\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \Rightarrow 660\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

2) $\sin\alpha = \frac{2}{11} \Rightarrow \alpha \approx 10{,}48^\circ$

3) $(0|0|2) + 2 \cdot (9|6|2) = (18|12|6)$

4) $d(t)^2 = |(-45| - 7| - 3) + t \cdot (13|2|2)|^2$ minimal $\Rightarrow t = 3{,}42\,\text{min}$

5) $d(3{,}42) \approx 3{,}88\,\text{km}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0