Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = 2x^3 - 3\sqrt{x}$ _____

2) $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_2^4 (5x^2 + 3x + 3)\,dx =$ _____

2) $\int_2^5 (4x^2 - 2)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $T(0\,|\,-1)$, $P(3\,|\,17)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq -0{,}51)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(4 \mid 2 \mid 0) \cdot (-1 \mid -2 \mid 6) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

In einem Speicher sind zu Beginn (t = 0) 100 m³ Wasser. Die Änderungsrate des Wasservolumens beträgt r(t) = 2 · (4 – t) in m³ pro Stunde (t in Stunden). Positive Werte bedeuten Zufluss, negative Abfluss. Tipp: Das Volumen ist der Anfangsbestand plus die Integralfunktion der Rate: V(t) = 100 + ?0t r(s) ds. Am meisten Wasser ist im Speicher, wenn die Rate von positiv zu negativ wechselt.

1) Gib das Volumen $V(t)$ als Term an. (3 P.) _____

2) Zu welchem Zeitpunkt ist am meisten Wasser im Speicher? (2 P.) _____

3) Wie viel Wasser ist dann im Speicher? (3 P.) _____

4) Wann ist wieder so viel Wasser im Speicher wie am Anfang? (2 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Eine Krankheit haben 1 % der Menschen. Ein Schnelltest zeigt bei Kranken mit 99 % Wahrscheinlichkeit „positiv“. Bei Gesunden zeigt er mit 95 % Wahrscheinlichkeit richtig „negativ“. Eine zufällig ausgewählte Person wird getestet. Tipp: Zeichne ein Baumdiagramm (erst krank/gesund, dann positiv/negativ) und rechne mit Dezimalzahlen.

1) Berechne P(positiv) (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

2) Der Test ist positiv. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person krank? (3 Stellen) (4 P.) _____

3) Der Test ist negativ. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person gesund? (4 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(12|0|0), B(0|8|0) und C(0|0|8) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(3|2|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = 6x^2 - \dfrac{3}{2\sqrt{x}}$

2) $f'(x) = 2x - \dfrac{1}{x^2}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_2^4 (5x^2 + 3x + 3)\,dx = \dfrac{352}{3}$

2) $\int_2^5 (4x^2 - 2)\,dx = 150$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = 2x^2 - 1$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \geq -0{,}51) = 1 - \Phi(-0{,}51) \approx 0{,}695$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(4 \mid 2 \mid 0) \cdot (-1 \mid -2 \mid 6) = -8$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $V(t) = 100 + \int_0^t 2(4 - s)\,ds = 100 + 8t - 1t^2$

2) $r(t) = 0 \Rightarrow t = 4\,\text{h}$ (Vorzeichenwechsel von + nach –)

3) $V(4) = 100 + 32 - 16 = 116\,\text{m}^3$

4) $V(t) = 100 \Rightarrow 8t - 1t^2 = 0 \Rightarrow t = 8\,\text{h}$ ($t = 0$ ist der Anfang)

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $0{,}01 \cdot 0{,}99 + 0{,}99 \cdot 0{,}05 \approx 0{,}0594$

2) $P_{\text{pos}}(\text{krank}) = \dfrac{0{,}01 \cdot 0{,}99}{0{,}0594} \approx 0{,}167$

3) $P_{\text{neg}}(\text{gesund}) = \dfrac{0{,}99 \cdot 0{,}95}{0{,}9406} \approx 0{,}9999$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 64 \\ 96 \\ 96 \end{pmatrix}$, $A = \frac{1}{2}\sqrt{22528} \approx 75{,}05\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{96}{\sqrt{22528}} \Rightarrow \alpha \approx 50{,}24^\circ$

3) $\frac{x}{12} + \frac{y}{8} + \frac{z}{8} = 1$ mit $x = 3,\ y = 2 \Rightarrow S(3 \mid 2 \mid 4)$

4) $d = \frac{|64 \cdot 0 + 96 \cdot 0 + 96 \cdot 0 - 768|}{\sqrt{22528}} \approx 5{,}12\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0