Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = 4\sqrt{x} + x^3$ _____

2) $f(x) = \frac{1}{2}x^3 + \frac{2}{x^2}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^3 (x)\,dx =$ _____

2) $\int_1^2 (-6x + 5)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(-2\,|\,4)$, $P_2(0\,|\,0)$, $P_3(2\,|\,4)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq 0{,}68)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(-3 \mid 4 \mid -1) \cdot (-3 \mid -5 \mid -2) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 24x + 4$. Ihr Graph heißt G. Diese Aufgabe ist ohne Taschenrechner lösbar. Tipp: Extrempunkte: $f'(x) = 0$ lösen und mit f'' prüfen. Wendepunkt: $f''(x) = 0$. Die Wendetangente hat die Steigung $m = f'(x_W)$.

1) Schnittpunkt von G mit der y-Achse (1 P.) _____

2) Hoch- und Tiefpunkt von G (Schreibweise: H(…|…); T(…|…)) (4 P.) _____

3) Wendepunkt von G (2 P.) _____

4) Gleichung der Wendetangente (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

In einer Stadt fahren 50 % der Berufstätigen mit dem Rad zur Arbeit (Ereignis R). Von den Radfahrern nutzen 20 % ein E-Bike (Ereignis E). Von denen, die nicht mit dem Rad fahren, besitzen trotzdem 15 % ein E-Bike. Eine berufstätige Person wird zufällig ausgewählt. Tipp: Trage alles in eine Vierfeldertafel ein. Die Zeilen- und Spaltensummen helfen bei P(E).

1) $P(R \cap E)$ (2 P.) _____

2) $P(E)$ (2 P.) _____

3) Die Person hat ein E-Bike. Mit welcher Wahrscheinlichkeit fährt sie mit dem Rad zur Arbeit? (3 Stellen) (3 P.) _____

4) $P(\overline{R} \cap \overline{E})$ (1 P.) _____

5) Sind R und E stochastisch unabhängig? (ja/nein) (2 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(4|0|0), B(0|4|0) und C(0|0|8) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(1|2|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} + 3x^2$

2) $f'(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{4}{x^3}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_0^3 (x)dx = \frac{9}{2}$

2) $\int_1^2 (-6x + 5)dx = -4$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = x^2$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \geq 0{,}68) = 1 - \Phi(0{,}68) \approx 0{,}2483$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(-3 \mid 4 \mid -1) \cdot (-3 \mid -5 \mid -2) = -9$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $f(0) = 4 \Rightarrow S_y(0 \mid 4)$

2) $f'(x) = -3x^2 - 6x + 24 = -3(x + 4)(x - 2) = 0, \quad f''(2) < 0,\ f''(-4) > 0 \Rightarrow H(2 \mid 32),\ T(-4 \mid -76)$

3) $f''(x) = -6x - 6 = 0 \Rightarrow W(-1 \mid -22)$

4) $m = f'(-1) = 27 \Rightarrow t(x) = 27x + 5$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $0{,}5 \cdot 0{,}2 = 0{,}1$

2) $0{,}1 + 0{,}5 \cdot 0{,}15 = 0{,}175$

3) $P_E(R) = \frac{P(R \cap E)}{P(E)} = \frac{0{,}1}{0{,}175} \approx 0{,}571$

4) $0{,}5 \cdot 0{,}85 = 0{,}425$

5) $P(R) \cdot P(E) = 0{,}5 \cdot 0{,}175 = 0{,}0875 \neq 0{,}1 = P(R \cap E) \Rightarrow$ nein

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 32 \\ 32 \\ 16 \end{pmatrix}$, $A = \frac{1}{2}\sqrt{2304} \approx 24\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{16}{\sqrt{2304}} \Rightarrow \alpha \approx 70{,}53^\circ$

3) $\frac{x}{4} + \frac{y}{4} + \frac{z}{8} = 1$ mit $x = 1,\ y = 2 \Rightarrow S(1 \mid 2 \mid 2)$

4) $d = \frac{|32 \cdot 0 + 32 \cdot 0 + 16 \cdot 0 - 128|}{\sqrt{2304}} \approx 2{,}67\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0