Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \frac{5}{x^2} + x^3$ _____

2) $f(x) = \frac{5}{2}x^4 + \frac{1}{x^3}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_2^5 (5x - 6)dx =$ _____

2) $\int_1^2 (6x - 5)dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(-1\,|\,9)$, $P_2(2\,|\,0)$, $P_3(3\,|\,1)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq -0{,}15)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) (–3 | –1 | 2) · (5 | –4 | 0) = _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Ein Patient nimmt eine Tablette. Die Konzentration des Wirkstoffs im Blut (in mg pro Liter) beschreibt f(t) = 10 · t · e^(–0,25t), t in Stunden nach der Einnahme. Die Ableitung ist f´(t) = 10 · e^(–0,25t) · (1 – 0,25t). Tipp: Wo die Konzentration am stärksten abnimmt, hat der Graph seinen Wendepunkt (f´´(t) = 0).

1) Konzentration nach 1 Stunde (auf 2 Stellen runden) (2 P.) _____

2) Nach wie vielen Stunden ist die Konzentration am größten? (3 P.) _____

3) Wie groß ist die höchste Konzentration? (auf 2 Stellen runden) (2 P.) _____

4) Wann nimmt die Konzentration am stärksten ab? (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

In einer Stadt fahren 40 % der Berufstätigen mit dem Rad zur Arbeit (Ereignis R). Von den Radfahrern nutzen 30 % ein E-Bike (Ereignis E). Von denen, die nicht mit dem Rad fahren, besitzen trotzdem 10 % ein E-Bike. Eine berufstätige Person wird zufällig ausgewählt. Tipp: Trage alles in eine Vierfeldertafel ein. Die Zeilen- und Spaltensummen helfen bei P(E).

1) $P(R \cap E)$ (2 P.) _____

2) $P(E)$ (2 P.) _____

3) Die Person hat ein E-Bike. Mit welcher Wahrscheinlichkeit fährt sie mit dem Rad zur Arbeit? (3 Stellen) (3 P.) _____

4) $P(\overline{R} \cap \overline{E})$ (1 P.) _____

5) Sind R und E stochastisch unabhängig? (ja/nein) (2 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(8|0|0), B(0|12|0) und C(0|0|8) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(2|3|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -\frac{10}{x^3} + 3x^2$

2) $f'(x) = 10x^3 - \frac{3}{x^4}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_2^5 (5x - 6)dx = \frac{69}{2}$

2) $\int_1^2 (6x - 5)dx = 4$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = x^2 - 4x + 4$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \geq -0{,}15) = 1 - \Phi(-0{,}15) \approx 0{,}5596$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(-3 \mid -1 \mid 2) \cdot (5 \mid -4 \mid 0) = -11$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $f(1) = 10 \cdot e^{-0{,}25} \approx 7{,}79 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$

2) $f'(t) = 0 \Rightarrow 1 - 0{,}25t = 0 \Rightarrow t = 4\,\text{h}$

3) $f(4) = 40 \cdot e^{-1} \approx 14{,}72 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$

4) $f'(t) = 10 \cdot e^{-0{,}25t} \cdot (0{,}0625t - 0{,}5) = 0 \Rightarrow t = 8\,\text{h}$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $0{,}4 \cdot 0{,}3 = 0{,}12$

2) $0{,}12 + 0{,}6 \cdot 0{,}1 = 0{,}18$

3) $P_E(R) = \frac{P(R \cap E)}{P(E)} = \frac{0{,}12}{0{,}18} \approx 0{,}667$

4) $0{,}6 \cdot 0{,}9 = 0{,}54$

5) $P(R) \cdot P(E) = 0{,}4 \cdot 0{,}18 = 0{,}072 \neq 0{,}12 = P(R \cap E) \Rightarrow$ nein

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 96 \\ 64 \\ 96 \end{pmatrix}$, $A = \frac{1}{2}\sqrt{22528} \approx 75{,}05\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{96}{\sqrt{22528}} \Rightarrow \alpha \approx 50{,}24^\circ$

3) $\frac{x}{8} + \frac{y}{12} + \frac{z}{8} = 1$ mit $x = 2,\ y = 3 \Rightarrow S(2 \mid 3 \mid 4)$

4) $d = \frac{|96 \cdot 0 + 64 \cdot 0 + 96 \cdot 0 - 768|}{\sqrt{22528}} \approx 5{,}12\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0