Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -x^3 - \sqrt{x}$ _____

2) $f(x) = \frac{3}{4}x^4 + \frac{2}{x}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_1^4 (3x)\,dx =$ _____

2) $\int_2^5 (-2x + 4)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(-2\,|\,18)$, $P_2(-1\,|\,11)$, $P_3(0\,|\,6)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq -2{,}37)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) (–3 | –3 | 6) · (3 | –5 | –1) = _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Gegeben ist f(x) = (x + 1) · e^(–x). Es gilt f´(x) = –x · e^(–x) und f´´(x) = (x – 1) · e^(–x). Eine Stammfunktion ist F(x) = –(x + 2) · e^(–x). Tipp: e^(–x) ist nie 0 – eine Gleichung wie (…) · e^(–x) = 0 löst Du, indem Du nur die Klammer gleich 0 setzt.

1) Nullstelle von f (1 P.) _____

2) Hochpunkt (y-Wert auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

3) Wendepunkt (y-Wert auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

4) Fläche zwischen G und der x-Achse für $-1 \le x \le 0$ (2 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Eine Anlage füllt Saft in Flaschen. Die Füllmenge X (in ml) ist normalverteilt mit dem Erwartungswert my = 750 ml und der Standardabweichung sigma = 4 ml. Tipp: Standardisiere mit z = (x – my) : sigma und lies ?(z) in der Tabelle oder mit dem Taschenrechner ab. Für „mehr als“ rechnest Du 1 – ?(z). Werte aus der Tabelle dürfen etwas abweichen.

1) Wahrscheinlichkeit, dass eine Flasche weniger als 744 ml enthält (3 Stellen) (2 P.) _____

2) Wahrscheinlichkeit, dass die Füllmenge höchstens 6 ml von μ abweicht (3 Stellen) (2 P.) _____

3) Wie viele von 2000 Flaschen enthalten voraussichtlich weniger als 744 ml? (ganze Zahl) (2 P.) _____

4) Ab welcher Füllmenge gehört eine Flasche zu den 5\,\% vollsten? (1 Stelle) (2 P.) _____

5) Auf welchen Wert muss σ sinken, damit nur 1\,\% der Flaschen weniger als 744 ml enthalten? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|2) + t · (4|8|1), die von Flugzeug F2 ist (34|8|8) + t · (-6|3|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

1) Geschwindigkeit von F_1 in km/h (2 P.) _____

2) Steigungswinkel von F_1 gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Wo ist F_1 nach 3 Minuten? (2 P.) _____

4) Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

5) Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -3x^2 - \frac{1}{2\sqrt{x}}$

2) $f'(x) = 3x^3 - \frac{2}{x^2}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_1^4 (3x)dx = \frac{45}{2}$

2) $\int_2^5 (-2x + 4)dx = -9$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = x^2 - 4x + 6$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \geq -2{,}37) = 1 - \Phi(-2{,}37) \approx 0{,}9911$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(-3 \mid -3 \mid 6) \cdot (3 \mid -5 \mid -1) = 0$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $(x + 1) \cdot e^{-x} = 0 \Rightarrow x = -1$

2) $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0, \quad f(0) = e^0 \approx 1 \Rightarrow H(0 \mid 1)$

3) $f''(x) = 0 \Rightarrow x = 1, \quad f(1) = 2e^{-1} \approx 0{,}74 \Rightarrow W(1 \mid 0{,}74)$

4) $A = \int_{-1}^{0} f(x)\,dx = F(0) - F(-1) = -2 + e^1 \approx 0{,}72$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $P(X < 744) = \Phi\left(\frac{744-750}{4}\right) = \Phi(-1{,}5) \approx 0{,}067$

2) $P(744 \leq X \leq 756) = 2\,\Phi(1{,}5) - 1 \approx 0{,}866$

3) $2000 \cdot 0{,}0668 \approx 134$

4) $P(X \geq c) = 0{,}05 \Rightarrow \Phi\left(\frac{c-750}{4}\right) = 0{,}95 \Rightarrow \frac{c-750}{4} \approx 1{,}645 \Rightarrow c \approx 756{,}6\,\text{ml}$

5) $\Phi\left(\frac{-6}{\sigma}\right) = 0{,}01 \Rightarrow \frac{6}{\sigma} \approx 2{,}326 \Rightarrow \sigma \approx 2{,}58\,\text{ml}$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\vec{u}| = \sqrt{16 + 64 + 1} = 9\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \Rightarrow 540\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

2) $\sin\alpha = \frac{1}{9} \Rightarrow \alpha \approx 6{,}38^\circ$

3) $(0|0|2) + 3 \cdot (4|8|1) = (12|24|5)$

4) $d(t)^2 = |(-34| - 8| - 6) + t \cdot (10|5|1)|^2$ minimal $\Rightarrow t = 3{,}06\,\text{min}$

5) $d(3{,}06) \approx 8{,}57\,\text{km}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0