Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -\frac{4}{5}x^2 + \frac{3}{x}$ _____

2) $f(x) = -2\sqrt{x} - 2x^3$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_2^3 (-6x + 2)\,dx =$ _____

2) $\int_0^3 (4x^2)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $T(-3\,|\,0)$, $P(-5\,|\,8)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq 1{,}11)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(5 \mid 5 \mid -3) \cdot (-4 \mid 0 \mid -6) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 1$. Ihr Graph heißt G. Diese Aufgabe ist ohne Taschenrechner lösbar. Tipp: Extrempunkte: $f'(x) = 0$ lösen und mit f'' prüfen. Wendepunkt: $f''(x) = 0$. Die Wendetangente hat die Steigung $m = f'(x_W)$.

1) Schnittpunkt von G mit der y-Achse (1 P.) _____

2) Hoch- und Tiefpunkt von G (Schreibweise: H(…|…); T(…|…)) (4 P.) _____

3) Wendepunkt von G (2 P.) _____

4) Gleichung der Wendetangente (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Eine Krankheit haben 1 % der Menschen. Ein Schnelltest zeigt bei Kranken mit 95 % Wahrscheinlichkeit „positiv“. Bei Gesunden zeigt er mit 95 % Wahrscheinlichkeit richtig „negativ“. Eine zufällig ausgewählte Person wird getestet. Tipp: Zeichne ein Baumdiagramm (erst krank/gesund, dann positiv/negativ) und rechne mit Dezimalzahlen.

1) Berechne *P*(positiv) (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

2) Der Test ist positiv. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person krank? (3 Stellen) (4 P.) _____

3) Der Test ist negativ. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person gesund? (4 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(4|0|0), B(0|12|0) und C(0|0|8) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(1|3|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -\frac{8}{5}x - \frac{3}{x^2}$

2) $f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{x}} - 6x^2$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_2^3 (-6x + 2)dx = -13$

2) $\int_0^3 (4x^2)dx = 36$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = 2x^2 + 12x + 18$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \geq 1{,}11) = 1 - \Phi(1{,}11) \approx 0{,}1335$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(5 \mid 5 \mid -3) \cdot (-4 \mid 0 \mid -6) = -2$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $f(0) = -1 \Rightarrow S_y(0 \mid -1)$

2) $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x + 1)(x - 3) = 0, \quad f'(-1) < 0,\ f'(3) > 0 \Rightarrow H(-1 \mid 4),\ T(3 \mid -28)$

3) $f''(x) = 6x - 6 = 0 \Rightarrow W(1 \mid -12)$

4) $m = f'(1) = -12 \Rightarrow t(x) = -12x$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $0{,}01 \cdot 0{,}95 + 0{,}99 \cdot 0{,}05 \approx 0{,}059$

2) $P_{pos}(\text{krank}) = \frac{0{,}01 \cdot 0{,}95}{0{,}059} \approx 0{,}161$

3) $P_{neg}(\text{gesund}) = \frac{0{,}99 \cdot 0{,}95}{0{,}941} \approx 0{,}9995$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 96 \\ 32 \\ 48 \end{pmatrix}$, $A = \frac{1}{2}\sqrt{12544} \approx 56\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{48}{\sqrt{12544}} \Rightarrow \alpha \approx 64{,}62^\circ$

3) $\frac{x}{4} + \frac{y}{12} + \frac{z}{8} = 1$ mit $x = 1,\ y = 3 \Rightarrow S(1 \mid 3 \mid 4)$

4) $d = \frac{|96 \cdot 0 + 32 \cdot 0 + 48 \cdot 0 - 384|}{\sqrt{12544}} \approx 3{,}43\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0