Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -6\sqrt{x} + x^4$ _____

2) $f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{6}{x^2}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_2^5 (-x^2)\,dx =$ _____

2) $\int_1^4 (2x - 6)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $T(2\,|\,-4)$, $P(4\,|\,4)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq 1{,}83)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(6 \mid -3 \mid 0) \cdot (5 \mid 4 \mid 0) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Ein Federball wird geschlagen. Seine Flugbahn beschreibt $h(x) = -0{,}05x^2 + 0{,}4x + 2$. Dabei ist x die waagerechte Entfernung vom Abschlagpunkt und h(x) die Höhe über dem Boden (beides in Metern). Das Netz ist 1,55 m hoch und steht bei x = 6. Tipp: Der Auftreffwinkel ist der Winkel zwischen Flugbahn und Boden. Du bekommst ihn über die Steigung: tan(alpha) = |h´(x)|.

1) Höchster Punkt der Flugbahn (x und Höhe) (3 P.) _____

2) Wie hoch fliegt der Ball über das Netz hinweg? (in m, 2 Stellen) (2 P.) _____

3) In welcher Entfernung trifft der Ball auf den Boden? (2 Stellen) (3 P.) _____

4) Unter welchem Winkel trifft der Ball auf? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Ein Glücksrad bleibt mit der Wahrscheinlichkeit 0,4 auf „Gewinn“ stehen. Es wird 5-mal gedreht. Die Zufallsgröße X zählt, wie oft „Gewinn“ kommt. Weil sich die Wahrscheinlichkeit bei jedem Drehen nicht ändert, ist X binomialverteilt mit n = 5 und p = 0,4. Tipp: „mindestens einmal“ rechnest Du am leichtesten über das Gegenereignis „keinmal“.

1) Berechne $P(X = 1)$ (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

2) Berechne den Erwartungswert $E(X)$. (2 P.) _____

3) Berechne $P(X \geq 1)$ (auf 4 Stellen runden). (2 P.) _____

4) Wie oft muss man mindestens drehen, damit $P(X \geq 1) \geq 0{,}9$ gilt? (3 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|2) + t · (9|6|2), die von Flugzeug F2 ist (58|-4|8) + t · (-8|8|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

1) Geschwindigkeit von F_1 in km/h (2 P.) _____

2) Steigungswinkel von F_1 gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Wo ist F_1 nach 5 Minuten? (2 P.) _____

4) Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

5) Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -\frac{3}{\sqrt{x}} + 4x^3$

2) $f'(x) = -\frac{4}{3}x - \frac{12}{x^3}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_2^5 (-x^2)dx = -39$

2) $\int_1^4 (2x - 6)dx = -3$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = 2x^2 - 8x + 4$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \geq 1{,}83) = 1 - \Phi(1{,}83) \approx 0{,}0336$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(6 \mid -3 \mid 0) \cdot (5 \mid 4 \mid 0) = 18$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $h'(x) = -0{,}1x + 0{,}4 = 0 \Rightarrow x = 4, \quad h(4) = 2{,}8 \Rightarrow (4 \mid 2{,}8)$

2) $h(6) - 1{,}55 = 2{,}6 - 1{,}55 = 1{,}05$

3) $h(x) = 0 \Rightarrow x \approx 11{,}48\,\text{m}$ (die negative Lösung passt nicht)

4) $\tan\alpha = |h'(11{,}48)| \approx 0{,}748 \Rightarrow \alpha \approx 36{,}81^\circ$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $P(X = 1) = \binom{5}{1} \cdot 0{,}4^1 \cdot 0{,}6^4 \approx 0{,}2592$

2) $E(X) = n \cdot p = 5 \cdot 0{,}4 = 2$

3) $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0{,}6^5 \approx 0{,}9222$

4) $1 - 0{,}6^m \geq 0{,}9 \Rightarrow m \geq \frac{\ln 0{,}1}{\ln 0{,}6} \approx 4{,}508 \Rightarrow m = 5$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\vec{u}| = \sqrt{81 + 36 + 4} = 11\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \Rightarrow 660\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

2) $\sin\alpha = \frac{2}{11} \Rightarrow \alpha \approx 10{,}48^\circ$

3) $(0|0|2) + 5 \cdot (9|6|2) = (45|30|12)$

4) $d(t)^2 = |(-58|4| - 6) + t \cdot (17| - 2|2)|^2$ minimal $\Rightarrow t = 3{,}39\,\text{min}$

5) $d(3{,}39) \approx 2{,}91\,\text{km}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0